



# نسخ از دور & GIS ایران



سال اول، شماره اول، بهار ۱۳۸۸  
Vol.1, No.1, Spring 2009

سنجش از دور و GIS ایران  
Iranian Remote Sensing & GIS

۸۹-۹۸

## مدل سازی و تهیه نقشه خطای درون یابی، با استفاده از ویژگی های مثلث

جواد صابریان<sup>۱\*</sup>، عباس علیمحمدی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری GIS، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- استادیار گروه مهندسی GIS، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ پذیرش مقاله: ۸۸/۸/۹

تاریخ دریافت مقاله: ۸۸/۵/۱۸

### چکیده

داده های تهیه شده از طریق درون یابی در بسیاری از پروژه های اجرایی و مهندسی و مطالعات در زمینه های مختلف مانند زمین شناسی، هواشناسی، مدیریت بحران، منابع طبیعی و محیط زیست مورد استفاده قرار می گیرند. رایج ترین معیارها بیان کننده میزان دقت درون یابی، برآورد خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و نمایش بزرگی خطا در نقاط نمونه با ارتفاع معلومند که به علت مکانی نبودن یا فراگیر نبودن اطلاعات، شاخص های مذکور قابلیت استفاده محدودی دارند، زیرا RMSE میانگین خطای درون یابی در نقاط محدودی را نشان می دهد و نمایش بزرگی خطا در نقاط نمونه با ارتفاع معلوم نیز برای آگاهی از میزان خطا و قابلیت اطمینان درون یابی در هر نقطه و موقعیت دلخواه قابل استفاده نیست. بدین ترتیب، به نظر می رسد که ایجاد روش های مؤثرتر و کاربردی تر برای ارزیابی و نمایش مکانی دقت خروجی درون یابی در کنار RMSE ضرورت دارد.

در این مقاله، ضمن بیان برخی از محدودیت های خطای جذر میانگین مربعات (RMSE)، روشی کاربردی مبتنی بر مثلث بندی نقاط با ارتفاع معلوم برای مدل سازی و تهیه نقشه خطای درون یابی ارائه شده است. در این روش ویژگی های هندسی مثلث های محاط بر نقاط مجهول - مانند محیط، مساحت و اختلاف ارتفاع بین رئوس برای مدل سازی و پیش بینی خطا - مورد استفاده قرار می گیرند. کارایی روش پیشنهادی با استفاده از مطالعه موردی، بررسی گردیده و رابطه معنی داری بین خطای واقعی و خطای برآورد شده با مدل، مشاهده شده است. تولید لایه قابلیت اطمینان درون یابی نه تنها برای ارزش گذاری و استفاده مؤثر از نقشه های حاصل از درون یابی می تواند مفید باشد، بلکه برای نمونه برداری تکمیلی و ترمیم نقاط ضعف نقشه های تولید شده با درون یابی نیز می تواند قابل استفاده باشد.

**کلیدواژه ها:** خطای درون یابی، مثلث بندی، خطای جذر میانگین مربعات (RMSE)، نقطه ارتفاعی، مدل رقومی زمین (DTM).

\* نویسنده مکاتبه کننده: تهران، خیابان ولیعصر (عج)، تقاطع میرداماد، دانشکده نقشه برداری دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

## ۱- مقدمه

دستورالعملی جامع و فراگیر برای انتخاب مناسب‌ترین روش درون‌یابی تهیه نشده است. طی بررسی‌های انجام شده به‌وسیله نویسندگان مقاله، مشخص شد که روش‌های درون‌یابی معمولاً به صورت تجربی و سعی و خطا و با مقایسه میزان RMSE خروجی انتخاب می‌شوند. ضمناً بیشتر مطالعاتی که تاکنون در مورد درون‌یابی انجام شده‌اند، به موضوع چگونگی انتخاب روش بهینه درون‌یابی برای رسیدن به بالاترین دقت اختصاص داشته‌اند. به‌عنوان مثال (Vokovski و Bucher, 1995) کریجینگ را به عنوان روشی مناسب برای درون‌یابی پیشنهاد کرده‌اند. کیفیت انواع روش‌های درون‌یابی موجود در نرم‌افزار SURFER 8.0 به‌وسیله Yang و دیگران (2004) مورد بررسی قرار گرفته است. گلنارکار (Golnarkar et al., 2006) با توجه به فرضیات و قابلیت‌های هر روش، دستورالعملی کلی برای انتخاب روش درون‌یابی مناسب ارائه داده است.

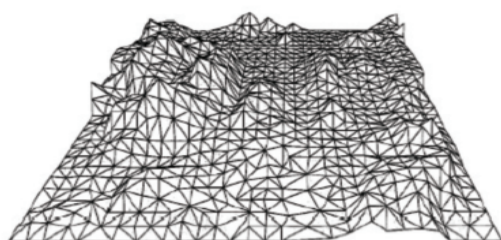
در تمامی موارد ذکر شده معیار برتری در مقایسه بین روش‌ها میزان RMSE بوده است که نمی‌تواند معیار جامعی برای مقایسه باشد، زیرا RMSE میانگین خطای درون‌یابی را در نقاط نمونه محدودی نشان می‌دهد و نمایش بزرگی خطا در نقاط نمونه با ارتفاع معلوم نیز برای آگاهی از میزان خطا و قابلیت اطمینان درون‌یابی در هر نقطه و موقعیت دلخواه قابل استفاده نیست. این در حالی است که در بسیاری از تحلیل‌های دقیق، لایه نشان‌دهنده قابلیت اعتماد نقشه حاصل از درون‌یابی برای تجزیه و تحلیل خطا و برآورد کیفیت خروجی مورد نیاز است.

در این مقاله روشی جدید برای مدل‌سازی خطای درون‌یابی ارائه شده است که می‌تواند نقش مهمی در نمایان‌سازی توزیع فضایی خطا و افزایش قابلیت استفاده تولیدات حاصل از درون‌یابی داشته باشد. ساختار مقاله برای رسیدن به هدف پیش‌گفته، بدین

امروزه بخش عمده‌ای از اطلاعات مکانی مانند ارتفاع از سطح دریا، بارندگی، دما، اطلاعات آلودگی هوا و خاک، دانه‌بندی و هدایت الکتریکی خاک‌ها که در بسیاری از پروژه‌های اجرایی مورد استفاده قرار می‌گیرند، از طریق درون‌یابی به کمک نرم‌افزارهای متداول تجارتي تهیه می‌شوند. از آنجا که اصولاً درون‌یابی با خطا همراه است، این خطاها در محاسبات و فرایندهایی که بر پایه داده‌های درون‌یابی شده قرار دارند، انتشار می‌یابند و موجب انحراف ناپذیرفتنی نتایج از واقعیت‌ها می‌شوند. این خطاها ممکن است موجب برآوردهای نادرست در مطالعات پایه و حتی طراحی‌های نادرست در پروژه‌های اجرایی شوند و با ضرر و زیان‌های مالی و حتی جانی همراه باشند (Eyvazi 2007, Miats & Mitasova, 1999). اما صرف‌نظر از خطای در حد پذیرفتنی که از ویژگی‌های اجتناب‌ناپذیر درون‌یابی است، در بسیاری از موارد میزان خطا ممکن است به اندازه‌ای افزایش یابد که قابلیت استفاده کل داده را مورد تردید قرار دهد. بنا به گفته فرانک، خطای موجود در داده‌های ورودی می‌تواند به نتایج اطمینان‌ناپذیر منجر شود (Frank, 2007). تلاش برای بیان چگونگی تأثیر کیفیت داده ورودی در دقت و صحت نتایج، از اهداف اصلی برنامه‌های مرکز ملی تحلیل و اطلاعات جغرافیایی (NCGIA) و محققان اولیه در این زمینه است (NCGIA, 1989; Goodchild, 1998; Frank, 2008). از بین روش‌های مختلف موجود برای درون‌یابی، روش کریجینگ قادر به ارائه اطلاعات مرتبط با عدم اطمینان به‌صورت مکانی (در سطح نقاط) است (Burrough & McDonnel, 1998). اما استفاده از این روش برای درون‌یابی، با توجه به تنوع شرایط محیطی و متغیرها، زمان لازم و فرضیات آن با محدودیت‌هایی مواجه است و این روش در همه شرایط توصیه‌شدنی نیست. روش‌های مختلفی که تاکنون برای درون‌یابی پیشنهاد شده‌اند، بسته به شرایط محیطی و داده‌های ورودی نتایج متفاوتی را نشان داده‌اند، به‌طوری‌که تاکنون

1. National Center for Geographic Information and Analysis

محل تقاطع صفحه با رویه است؛  
- شبکه (Grid) که شبکه‌ای منظم است؛  
- شبکه نامنظم مثلثی (Triangulated Irregular Network-TIN) که به دو روش Delauney و Radial Sweep انجام می‌شود.  
استفاده از هر کدام از روش‌های اشاره شده به این بستگی دارد که داده‌ها از چه منبعی تهیه شده‌اند. مثلاً در صورتی که نقاط به طور نامنظم برداشت شده باشند، بهتر است روش TIN به کار رود؛ و چنانچه از روش سیستماتیک برای برداشت استفاده شده باشد از روش شبکه استفاده شود (El-Sheimy 1999). TIN یکی از متداول‌ترین روش‌ها برای تقسیم‌بندی فضا است. وجوه مثلث‌های ایجاد شده، صفحه‌اند و این مثلث‌ها سطح پیوسته‌ای را تشکیل می‌دهند (شکل ۱). یکی از مزایای شبکه‌های نامنظم مثلثی قابلیت تطبیق آنها به چگالی‌های متغیر نمونه‌برداری است.



شکل ۱. نمونه‌ای از TIN ایجاد شده با استفاده از نقاط نمونه

## ۲-۲- مدل‌های درون‌یابی بر پایه ساختار داده

### TIN

#### ۲-۲-۱- خطی

در این روش برای به‌دست آوردن ارتفاع نقطه‌ای مثل  $p$ ، از ارتفاع رئوس مثلثی که نقطه  $p$  در آن واقع است استفاده می‌شود. این کار با برازش یک چندجمله‌ای به صورت رابطه (۱) انجام می‌گیرد (El-Sheimy, 1999):

1. Digital Terrain Model
2. Global
3. Local

شرح تنظیم شده است: ابتدا در ادامه مروری بر درون‌یابی و انواع روش‌های آن انجام شده است و روش‌های موجود برای ارزیابی کیفیت خروجی درون‌یابی با تأکید بر مدل‌های رقومی زمین<sup>۱</sup> (DTM) مورد بررسی قرار گرفته است. در این بخش برخی از محدودیت‌های RMSE بیان شده است. در ادامه روش پیشنهادی و پارامترهای مؤثر در آن معرفی شده و یک نمونه مثال عملی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در بخش پایانی مقاله نیز نتایج تحقیق ارائه شده است.

## ۲- مروری بر درون‌یابی

درون‌یابی به‌منظور محاسبه مقادیر یک متغیر در نقاط اندازه‌گیری نشده با استفاده از مقادیر معلوم متغیر مذکور در نقاط نمونه مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگرچه کاربرد درون‌یابی محدود به ارتفاع نیست، ولی در این مقاله ارتفاع به‌عنوان متغیر هدف در نظر گرفته شده است. مدل‌های درون‌یابی از نظر سطح پوشش به دو دسته سراسری<sup>۲</sup> و محلی<sup>۳</sup> تقسیم می‌شوند (El-Sheimy, 1999). در روش درون‌یابی سراسری تمامی نقاط نمونه برای تخمین ارتفاع در نقاط فاقد داده مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روش، بنا به نظریات Davis (1986) برای درون‌یابی محدودیت‌های زیادی دارد و بیشتر برای کشف و بررسی روندها می‌تواند قابل استفاده باشد (Burrough & McDonnel, 1998). در روش درون‌یابی محلی محاسبه براساس نقاط همسایه در دو مرحله، بدین شرح انجام می‌شود:  
۱. ایجاد ساختار داده؛ و  
۲. تهیه مدل درون‌یابی و برآورد ارتفاع نقاط به کمک مدل تهیه‌شده.

## ۲-۱- ایجاد ساختار داده

ساختار داده، رابطه بین مختصات نقاط را مشخص می‌کند و داده‌ها بر این اساس ذخیره‌سازی می‌شوند. توابع مناسب برای ایجاد ساختار داده، اینها هستند:  
- خط تراز یا منحنی میزان (contour) که درواقع

نقاط نزدیک‌تر بیشتر خواهد بود.  $d_i$  فاصله نقطه مجهول تا نقطه  $\lambda_m$  است.

در مورد مسئله درون‌یابی باید به این نکته توجه شود که برای حالت‌های مختلف هیچ‌گاه استفاده از یک مدل به عنوان مدل بهینه پیشنهادشدنی نیست، چون یک مدل خاص در شرایط مختلف می‌تواند دقت‌های متفاوتی داشته باشد. شرایط محیطی، نوع متغیر مورد بررسی، دقت نقاط برداشت شده، چگونگی توزیع و پراکندگی نقاط و پارامترهای مدل درون‌یابی دقت DTM نهایی را مشخص می‌کنند. بنابراین، انتخاب روش باید بر مبنای دقت، سرعت و قدرت نمایش عوارض خاص یا تشخیص مناسب آنها صورت گیرد.

### ۳- کیفیت DTM خروجی

خطاهای موجود در DTM می‌تواند شامل خطاهای سیستماتیک و همچنین خطاهای اتفاقی موجود در DTM باشد. در مورد اول، خطاها ممکن است از نوع خطای هندسی، یا خطای توصیفی باشند. تشخیص نوع خطا به دو صورت اتوماتیک و یا دستی صورت می‌گیرد. در برآورد میزان خطا یا دقت هندسی، دقت مورد انتظار  $e_{final}$  و دقت فعلی که با استفاده از RMSE بیان می‌شود، از یکدیگر متمایزند. دقت مورد انتظار با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{final} = f(e_{input}) + f(e_m) \quad \text{رابطه (۵)}$$

که در آن،  $f(e_{input})$  خطای حاصل از داده ورودی است، که می‌توان آن را با استفاده از قانون انتشار خطا محاسبه کرد. خطای داده ورودی همان دقت برداشت نقاط نمونه است که به نوع منبع داده، روش نمونه‌برداری و دقت تجهیزات مورد استفاده برای نمونه‌برداری بستگی دارد.  $f(e_m)$  دقت مدل تهیه DTM است که به مدل مورد استفاده در درون‌یابی بستگی دارد. برای برآورد دقت خروجی باید تعداد

$$Z_i = a_0 + a_1x_i + a_2y_i \quad \text{رابطه (۱)}$$

### ۲-۲-۲ Second Exact Fit

در این روش سطح درجه دو انتخاب می‌شود. در این سطح، نقاط سه مثلث جانبی مورد استفاده قرار می‌گیرند و با توجه به تعداد ضرایب، سطح باید از ۶ نقطه عبور کند و معادله آن بدین صورت خواهد بود (El-Sheimy, 1999):

$$\text{رابطه (۲)}$$

$$z_i = a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 + a_4x_iy_i + a_5y_i^2$$

### ۲-۲-۳ Quintic

هدف این روش آن است که سطح پیوسته و نرم باشد؛ یعنی سطح در هنگام عبور از مرز به طور ناگهانی تغییر نکند. برای رسیدن به این هدف از معادله درجه پنج به صورت زیر استفاده می‌شود (El-Sheimy, 1999):

$$Z(x, y) = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^{5-i} a_{ij}x^i y^j \quad \text{رابطه (۳)}$$

در رابطه ذکر شده،  $(x, y, z)$  مؤلفه‌های مختصات نقطه مجهول و  $a_{ij}$  ضرایب چندجمله‌ای درجه دو مربوط به مثلث‌های اطراف نقطه مجهول‌اند.

### ۲-۳-۲ روش وزن‌دهی عکس فاصله<sup>۱</sup> (IDW)

در این روش اطلاعات همسایه‌ها متناسب با فاصله آنها از نقطه مجهول، به صورت وزن‌دار در معادلات قرار می‌گیرند و در حقیقت نوعی محاسبه میانگین وزن‌دار طبق رابطه ۴ انجام می‌گیرد (El-Sheimy, 1999):

$$z(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{d_i^p}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}} \quad \text{رابطه (۴)}$$

در رابطه مذکور  $p$  توانی است که کنترل‌کننده نرخ کاهش وزن با فاصله است و معمولاً ۲ در نظر گرفته می‌شود. هر چه مقدار  $p$  بیشتر در نظر گرفته شود تأثیر

1. Inverse Distance Weighted

استفاده در درون‌یابی اقدام به مدل‌سازی می‌شود و می‌تواند به عنوان مکمل اطلاعات خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و نمودار بردار باقی‌مانده (Vector Residual Diagram) مورد استفاده قرار گیرد. در فضای مثلث‌های یاد شده هر نقطه در محدوده یک مثلث قرار می‌گیرد که اصطلاحاً مثلث محاط نامیده می‌شود. دقت درون‌یابی هر مثلث و نقاط داخل آن نیز با استفاده از مدل‌سازی رابطه بین خطا و سه ویژگی مهم مثلث - شامل مساحت، محیط و واریانس ارتفاع رئوس آن - برآورد می‌شود. دلایل توجیهی برای انتخاب سه ویژگی یاد شده، بدین شرح‌اند:

در شرایط مساوی از نظر سایر ویژگی‌ها، هر چه مساحت مثلث بزرگ‌تر باشد، عموماً میزان اطمینان به نتایج درون‌یابی در آن مثلث کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، هر چه تراکم نقاط در یک منطقه بیشتر باشد، خروجی در آن منطقه درخور اطمینان‌تر خواهد بود (شکل ۲).

برای انجام مثلث‌بندی غالباً از روش‌ها Delauney و Radial Sweep استفاده می‌شود. در این روش‌ها توجهی به ارتفاع نقاط نمی‌شود و هدف تنها تولید مثلث‌هایی است که به مثلث متساوی‌الاضلاع نزدیک‌تر باشند. هر چه مثلثی به مثلث متساوی‌الاضلاع نزدیک‌تر باشد، میزان عدم اطمینان درون‌یابی در آن مثلث کاهش می‌یابد. بدین ترتیب نسبت محیط به مساحت نیز معیار خوبی برای بیان شکل و میزان شباهت مثلث به مثلث متساوی‌الاضلاع است. هر چه این نسبت کمتر باشد، مثلث به مثلث متساوی‌الاضلاع نزدیک‌تر است (شکل ۳).

کم بودن اختلاف ارتفاع رئوس مثلث، نشان‌دهنده مسطح‌تر بودن منطقه آن است. در نتیجه درون‌یابی در این مثلث با میزان اطمینان بیشتری همراه خواهد بود. برعکس، بالا بودن اختلاف ارتفاع بین رئوس مثلث، نشان‌دهنده ناهمگنی توپوگرافی منطقه و بالا بودن میزان عدم اطمینان در درون‌یابی خواهد بود (شکل ۴).

زیادی نقاط چک انتخاب شوند. هر نقطه چک دارای دو سری مختصات است که یکی به محاسبه DTM و دیگری به اندازه‌گیری مربوط می‌شود. خطای کل یا RMSE نقاط کنترل با استفاده از رابطه ۶ محاسبه می‌شود (Goodchild' 1998):

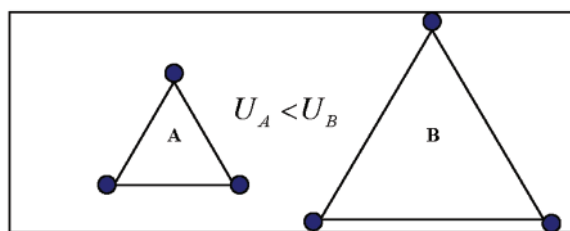
$$\text{رابطه (۶)} \quad \text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - Z_i^*)^2}{n-1}}$$

که در آن  $Z_i$  و  $Z_i^*$  به ترتیب مقادیر واقعی و درون‌یابی شده ارتفاع در نمونه نام است. تاکنون به محاسبه دقت مورد انتظار توجه نشده است و معمولاً میزان RMSE به‌عنوان شاخص دقت DTM مورد استفاده قرار می‌گیرد، که با محدودیت‌های زیر مواجه است:

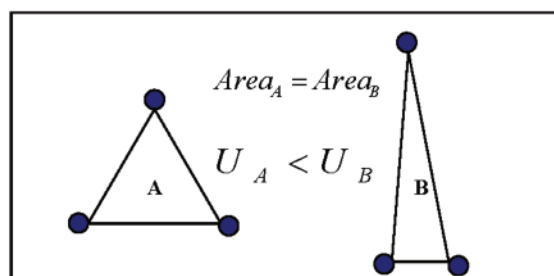
۱. دقت یکسانی را برای کل منطقه نشان می‌دهد که برابر با همان عدد RMSE است. در واقع RMSE میانگین خطای کل منطقه است؛ اما واضح است که دقت DTM خروجی در مناطق مختلف بسته به شرایط محیطی و تراکم نقاط نمونه و نقاط کنترل، متفاوت است. در برخی از موارد به منظور تعیین میزان و جهت خطا، و سیستماتیک یا اتفاقی بودن آن می‌توان از Residual Vector Diagram استفاده کرد که برای کلیه نقاط چک به صورت مستقل ترسیم می‌گردد. همان‌طور که در مقدمه مقاله اشاره شد، اطلاعات نمایش داده شده با این روش نیز محدود به نقاط نمونه است و فراگیر نیست.
۲. برای محاسبه میزان RMSE، به تعداد زیادی نقطه چک نیاز است که به‌رغم هزینه زیاد در تهیه آنها، به صورت مؤثر مورد استفاده قرار نمی‌گیرند.

#### ۴. روش پیشنهادی برای مدل‌سازی دقت درون‌یابی

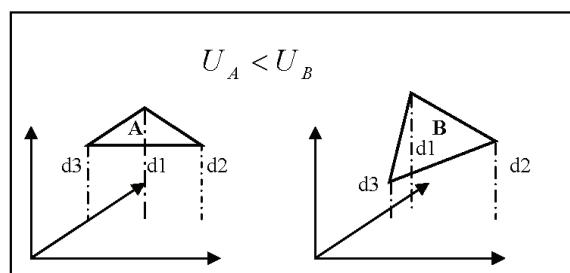
روش پیشنهادی بر مبنای ساختار داده TIN تنظیم شده است که به کمک نقاط نمونه (با ارتفاع معلوم) مورد



شکل ۲. نقش افزایش مساحت مثلث در افزایش عدم اطمینان به درون‌یابی: میزان عدم اطمینان ( $U$ ) به درون‌یابی در مثلث B بیشتر از مثلث A است.



شکل ۳. نقش محیط و شکل مثلث در افزایش عدم اطمینان به درون‌یابی: مثلث A یا اینکه هم مساحت با مثلث B است، اما به دلیل فشردگی شکل و کمتر بودن نسبت محیط به مساحت با عدم اطمینان کمتری در درون‌یابی همراه خواهد بود.



شکل ۴. نقش واریانس ارتفاع رؤس مثلث در افزایش عدم اطمینان درون‌یابی: عدم اطمینان درون‌یابی در مثلث A به علت کم بودن واریانس ارتفاع رؤس آن، کمتر از مثلث B است.

پارامترهای انتخاب شده مورد بحث و بررسی قرار گیرد، زیرا بدون شک پارامترهای معرفی شده کاملاً مستقل از یکدیگر نیستند. برای مدل‌سازی رابطه بین دقت و ویژگی‌های مثلث‌ها از روش کمترین مربعات استفاده شد. روش کمترین مربعات، روشی آماری است که برای حل دستگاه معادلاتی در شرایط افزونگی تعداد معادلات نسبت به مجهولات به کار می‌رود (Vanicek & Wells 1972). با فرض خطی بودن رابطه، برای تعریف ۳ مجهول از نظر ریاضی حداقل ۴ نقطه کنترل مورد نیاز خواهد بود.

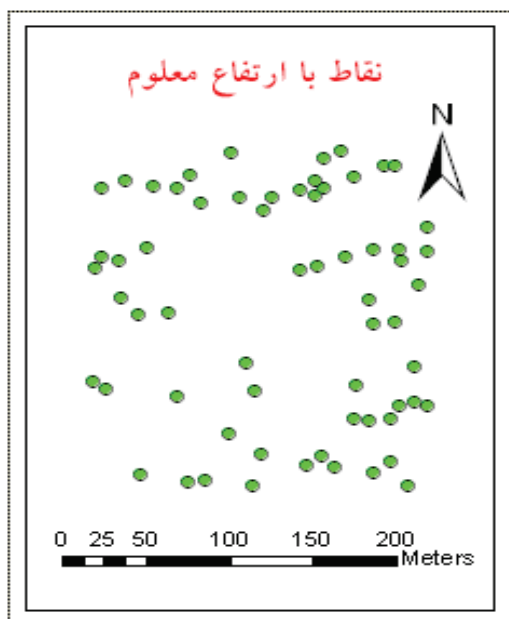
چنانچه  $E_{Ti}$  معرف خطای درون‌یابی در مثلث I و  $A_{Ti}$ ،  $S_{Ti}$  و  $VarZ_i$  به ترتیب معرف مساحت، ضریب شکل (نسبت محیط به مساحت) و واریانس ارتفاع رؤس مثلث باشند،  $E_{Ti}$  را می‌توان از رابطه زیر تعریف کرد:

$$E_{Ti} = f(A_{Ti}, S_{Ti}, VarZ_i) \quad (7) \text{ رابطه}$$

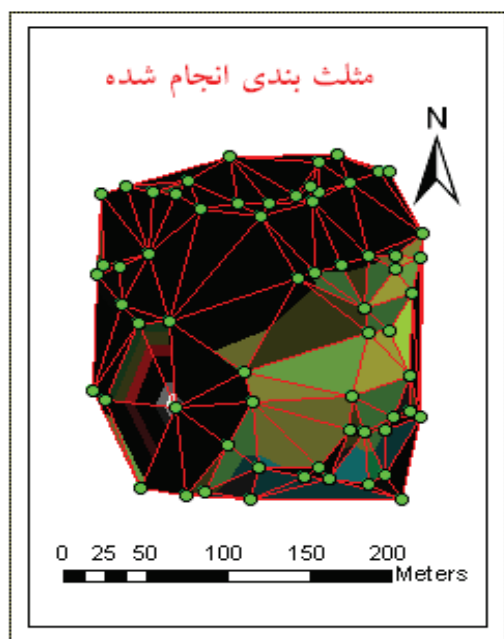
#### ۴-۱- مدل‌سازی رابطه بین دقت و ویژگی‌های مثلث‌ها

برای مدل‌سازی، ابتدا لازم است که رابطه بین

اختلاف بین ارتفاع واقعی آنها و ارتفاع محاسباتی آنهاست، تعیین گردید (جدول ۱). سپس با استخراج مشخصات مثلث‌های مربوط به این نقاط و حل معادلات کمترین مربعات مربوط، با استفاده از نرم‌افزار Matlab 7 رابطه (۷) به شرح زیر تعریف شد.



شکل ۵. مجموعه نقاط نمونه مورد استفاده برای مثلث‌بندی



شکل ۶. مثلث‌بندی انجام شده بر روی نقاط

البته در عمل بهتر است تعداد نقاط کنترل بیشتری مورد استفاده قرار گیرند. با تخصیص تعدادی از نقاط نمونه برای محاسبه و استفاده از بقیه برای مثلث‌بندی می‌توان به تعریف ضرایب از طریق حل دستگاه معادلاتی زیر پرداخت:

رابطه (۸)

$$\begin{cases} E_{T_0} = a_0 A_{T_0} + a_1 P_{T_0} / A_{T_0} + a_2 \text{Var}Z_0 \\ E_{T_1} = a_0 A_{T_1} + a_1 P_{T_1} / A_{T_1} + a_2 \text{Var}Z_1 \\ \vdots \\ E_{T_n} = a_0 A_{T_n} + a_1 P_{T_n} / A_{T_n} + a_2 \text{Var}Z_n \end{cases}$$

$$E = AX \Rightarrow \hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T E \quad \text{رابطه (۹)}$$

در این رابطه  $AT_i$ ،  $PT_i$  و  $\text{Var}Z_i$  به ترتیب معرف مساحت، محیط و واریانس ارتفاع رئوس مثلث و  $a_0, a_1, a_2$  ضرایب مجهول‌اند. با تعیین ضرایب مجهول، معادله خطا برای برآورد میزان خطا در هر مثلث تعریف شدنی است.

### ۵- ارزیابی عملی

برای ارزیابی عملی روش پیشنهادی، از تعدادی نقطه نمونه با ارتفاع معلوم مربوط به منطقه‌ای واقع در شهر تهران استفاده شد (شکل ۵). انتخاب منطقه و نقاط به گونه‌ای انجام گرفته است که در آن بتوان تأثیر تمامی پارامترهای ذکر شده در بخش قبل برای مدل‌سازی خطای درون‌یابی را مشاهده کرد. همان‌طور که در شکل‌های ۵ و ۶ ملاحظه می‌شود، به‌رغم وسعت اندک منطقه و کمبود نقاط، مثلث‌های تشکیل شده بین نقاط دارای ویژگی‌های تقریباً متفاوتی هستند.

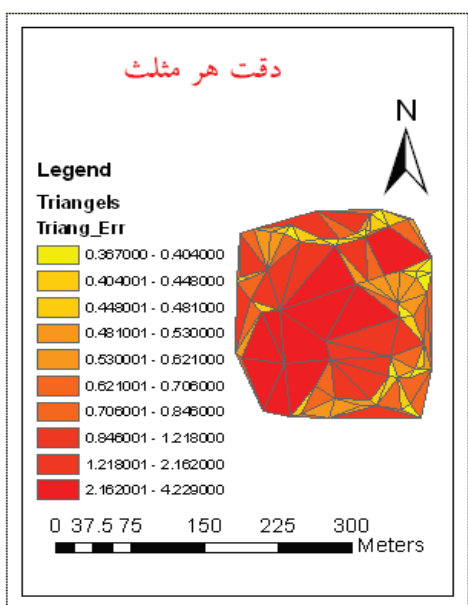
برای انجام مثلث‌بندی بین نقاط از روش Delauney استفاده شده است (شکل ۶). به‌علاوه، ۱۰ نقطه نمونه با ارتفاع معلوم دیگر نیز برای محاسبه و مدل‌سازی خطای درون‌یابی مورد استفاده قرار گرفتند (شکل ۷). برای مدل‌سازی خطای درون‌یابی طبق مطالب بیان شده در بخش قبل، ابتدا خطای ارتفاع محاسبه شده برای نقاط نمونه مذکور، که حاصل از

رابطه  $A_{T_i}$ ،  $P_{T_i}$  و  $VarZ_i$  به ترتیب معرف مساحت، محیط و واریانس ارتفاع رئوس مثلث‌اند. رابطه بین خطای واقعی و محاسبه شده از مدل برای ۱۰ نقطه نمونه نیز مورد بررسی قرار گرفته است (شکل ۹ و جدول ۱).

رابطه (۱۰)

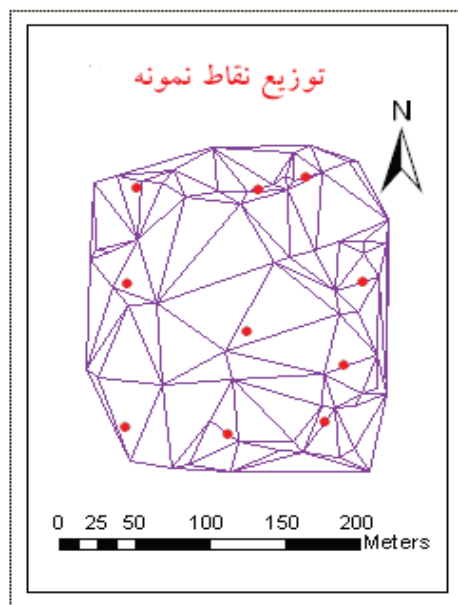
$$E_{T_i} = 0/0014 * A_{T_i} + 0/44880 * \frac{P_{T_i}}{A_{T_i}} + 0/0108 * VarZ_i$$

با استفاده از رابطه (۱۰) نقشه خطای درون‌یابی استخراج گردیده، که در آن میزان خطای درون‌یابی برای هر مثلث مشخص شده است (شکل ۸). در این



شکل ۸. نقشه خطای درون‌یابی برآورد شده از مدل برای

مثلث‌های مختلف

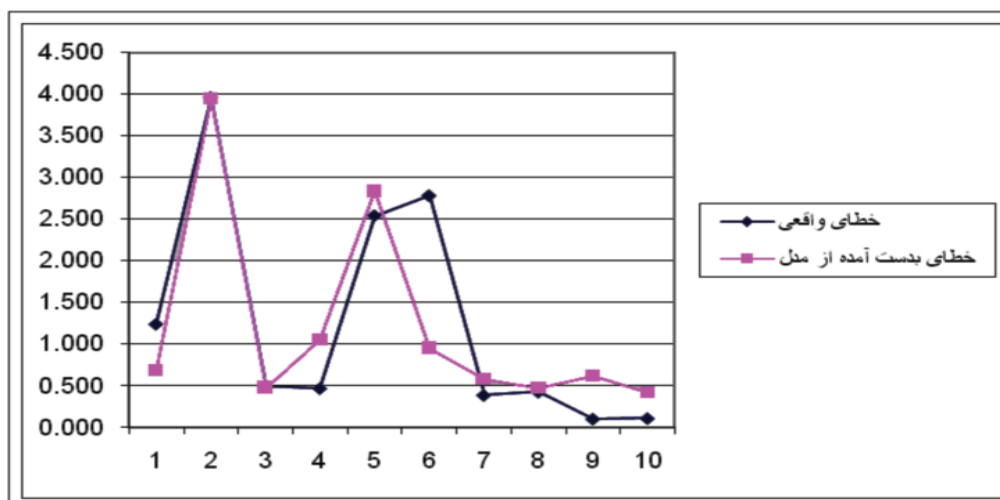


شکل ۹. توزیع ۱۰ نقطه نمونه مورد استفاده برای مدل‌سازی

جدول ۱. مشخصات نقاط نمونه، مثلث‌ها و خطاهای واقعی و محاسبه شده از مدل

ارتفاع واقعی	ارتفاع محاسبه شده	مشخصات مثلثی که نقاط کنترل در آن قرار دارند			خطای واقعی (m)	خطای به دست آمده از مدل (m)
		مساحت مثلث	نسبت محیط به مساحت مثلث	واریانس ارتفاعی رئوس		
۱۴۳۳/۵۰	۱۴۳۲/۲۵۹	۴۱۰/۸۷۵۵	۰/۲۳۵۰	۰/۵۶۰۶	۱/۲۴۱	۰/۶۸۷
۱۴۳۵/۳۱	۱۴۳۹/۲۶۹	۱۲۰۶/۹۷۴	۰/۱۳۵۷	۲۰۳/۴۹۵۶	۳/۹۵۹	۳/۹۴۸
۱۴۳۳/۰۵	۱۴۳۲/۵۴۸	۱۷۰/۶۴۱۴	۰/۴۸۸۵	۲/۱۹۵۰	۰/۵۰۲	۰/۴۸۱
۱۴۳۵/۴۵	۱۴۳۴/۹۸۲	۶۸۴/۹۰۱۱	۰/۱۷۵۸	۱/۳۹۳۱	۰/۴۶۸	۱/۰۵۳
۱۴۳۸/۳۰	۱۴۳۵/۷۵۷	۱۹۶۵/۳۶۲	۰/۱۰۵۹	۳/۶۹۵۵	۲/۵۴۳	۲/۸۳۹
۱۴۳۷/۷۴۰	۱۴۴۰/۵۲۲	۵۹۷/۸۵۵۲	۰/۱۹۶۱	۲/۴۲۴۴	۲/۷۸۲	۰/۹۵۱
۱۴۳۶/۲۰۰	۱۴۳۵/۸۱۳	۳۰۵/۷۷۶۸	۰/۲۶۹۸	۲/۸۳۶۷	۰/۳۸۷	۰/۵۸۰
۱۴۴۱/۶۶۰	۱۴۴۱/۲۳۳	۶۶/۹۱۲۵	۰/۸۱۸۱	۱/۳۷۲۴	۰/۴۲۷	۰/۴۷۵
۱۴۴۳/۵۵۰	۱۴۴۳/۶۵۲	۳۳۶/۷۸۱۴	۰/۳۱۱۸	۰/۹۳۱۷	۰/۱۰۲	۰/۶۲۱
۱۴۳۹/۱۶۰	۱۴۳۹/۲۷۰	۱۹۰/۷۳۰۸	۰/۳۳۲۵	۰/۶۱۰۶	۰/۱۱۰	۰/۴۲۳

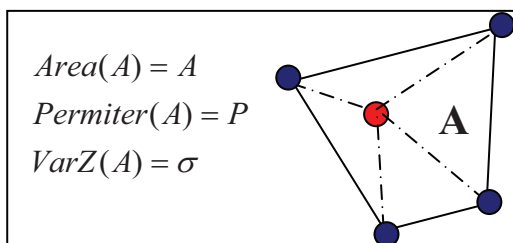




شکل ۹. رابطه بین خطای درون‌یابی و خطای محاسبه شده از مدل برای ۱۰ نقطه نمونه

نشان می‌دهد. البته با توجه به محدود بودن تعداد نمونه‌های مورد استفاده در این تحقیق، لازم است تحقیق در شرایط محیطی و با تعداد نمونه‌های بیشتری انجام شود و کارایی مدل با تعداد نمونه‌های بیشتر به صورت دقیق‌تر مورد ارزیابی قرار گیرد.

قابلیت استفاده روش پیشنهاد شده محدود به روش مثلث‌بندی نیست و می‌توان آن را به سایر روش‌های درون‌یابی نیز تعمیم داد. به‌عنوان مثال، در روش وزن‌دهی عکس فاصله (IDW) به جای مثلث، می‌توان چندضلعی‌های همسایه را تعریف کرد که از اتصال نقاط نمونه مورد استفاده در درون‌یابی هر نقطه به دست می‌آیند. بنابراین پارامترهای مختلف مورد نیاز، از جمله واریانس ارتفاع نقاط، مساحت و محیط برای چندضلعی مذکور نیز محاسبه‌شدنی است (شکل ۱۰).



شکل ۱۰. پارامترهای مؤثر بر دقت درون‌یابی در روش IDW

## ۶. نتیجه‌گیری

به‌رغم کاربرد درون‌یابی در بسیاری از مراحل و فرایندهای GIS، بررسی خطای درون‌یابی بسیار کمتر از حد لازم مورد توجه قرار می‌گیرد. به‌علت تغییرپذیری مکانی خطا، لازم است خروجی‌های حاصل از درون‌یابی با توجه به قابلیت‌ها و محدودیت‌های موجودشان از نظر خطا و عدم اطمینان مورد استفاده قرار گیرند.

روش ارائه شده برای مدل‌سازی خطای درون‌یابی در این مقاله مزیت‌های عمده‌ای را نشان می‌دهد. از جمله مهم‌ترین این مزایا، قابلیت تولید نقشه خطا در کنار نقشه حاصل از درون‌یابی است. این نقشه‌ها به‌عنوان لایه‌ها و اطلاعات تکمیلی در بسیاری از عملیات و مدل‌سازی با GIS می‌توانند قابل استفاده باشند. وجود لایه خطا بیش از همه می‌تواند به استفاده مؤثر از لایه با توجه به قابلیت‌ها و نقاط ضعف آن کمک کند. تعیین کیفیت خروجی از مدل‌های پیچیده مورد استفاده در GIS اهمیت زیادی دارد و آگاهی از کیفیت داده‌های ورودی از جمله لایه‌های حاصل از درون‌یابی نیز در این فرایند بسیار مهم است.

رابطه مثبت مشاهده شده بین خطای موجود و خطای حاصل از مدل در نمونه‌های مورد بررسی (شکل ۹) قابلیت‌های مدل برای پیش‌بینی خطای درون‌یابی را

- Frank AU., 2007, **Data Quality Ontology: An Ontology for Imperfect Knowledge**, Springer, Spatial information theory (COSIT 2007), Berlin.
- Frank, AU., 2008, **Analysis of Dependence Decision Quality on Data Quality**, Springer, Verlag.
- Golnarkar, A., Hamrah, M., Jelokhani, M.R., 2008, **An Approach to the Selection of a Suitable Interpolation Method**, Map India 2008.
- Goodchild, M., Jeansoulin R. (eds), 1998, **Data Quality in Geographic Information from Error to Uncertainty**, Hermes, Paris.
- Mitas L., and Mitsova H., 1999, **Spatial Interpolation**, Geographic Information Systems, Principles, techniques, management and applications, pp. 481-492, New York, Wiley.
- NCGIA, 1989, **An Overview of the Agenda for Research and Education**, IJGIS 2(3):117-136, The U.S. national center for geographic information and analysis.
- Vanicek, P., and Wells, 1972, **The Least Squares Approximation and Related Topics**, Department of Surveying engineering, University of New Brunswick.
- Yang C., Kao S., Lee F., Hung P., 2004, **Twelve Different Interpolation Methods: A Case Study of SURFER 8.0**, National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan, ROC.

علاوه بر آن، پارامترهای دیگری مانند فاصله نمونه‌ها از نقطه مجهول را نیز می‌توان استخراج کرد و نقش آنها را در مدل خطا مورد بررسی قرار داد. با توجه به اینکه روش IDW در مدل داده سلولی اجرا می‌شوند، خطای هر سلول بر مبنای فاصله و اختلاف ارتفاع نقاط همسایه (معمولاً در پنجره مورد استفاده) نسبت به ارتفاع برآورد شده سلول مذکور قابل مدل‌سازی است. همچنین با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله می‌توان فرایند درون‌یابی بین نقاط در یک منطقه را با استفاده از ترکیبی از روش‌های مختلف درون‌یابی انجام داد؛ به این ترتیب که به عنوان مثال، در یک نقطه از روش IDW استفاده شود و در نقطه‌ای دیگر از همان منطقه روش Quintic به کار رود. انتخاب روش باید بر اساس خطای پلیگون اطراف نقطه مجهول انجام گیرد. به عبارت دیگر، وقتی خطای مثلث محاطی نقطه بالاست، می‌توان به جای استفاده از روش linear از روش‌های دیگری چون IDW استفاده کرد.

#### ۷- منابع

- Bucher F., Vokovski A., 1995, **Improving the Selection of Appropriate Spatial Interpolation Method**, Winterthurerstr, CH-8057 Zurich, Switzerland.
- Burrough, P.A., and McDonnel R.A., 1998, **Principles of Geographic Information Systems**, Oxford, UK Oxford University Press.
- Davis J., 1986, **Statistics and Data Analysis in Geology**, New York, Wiley, 2nd ed.
- El-Sheimy N., 1999, **Digital Terrain Modeling**, Department of Geomatics Engineering, The university of Calgary.
- Eyvazi, H., Moradi, A., Khoshgoftar, M., 2007, **Optimum Determination of Interpolation Model for Using in Geographic Information Systems**, Geomatic 86, Tehran, Iran.