



سنجش از دور

و GIS ایران



سنجش از دور و GIS ایران
Vol. 7, No. 1, Spring 2015

۸۱-۹۴

تلفیق نتایج چند طبقه‌بندی کننده فازی با استفاده از قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی

حمیدرضا اورعی^{۱*}, مهدی مختارزاده^۲, حمید عبادی^۳

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد سنجش از دور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲. استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پژوهشکده سنجش از دور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۳. دانشلیگروه فتوگرامتری، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پژوهشکده سنجش از دور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۳/۲۰

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۹/۱۹

چکیده

طبقه‌بندی، تکنیکی در تحلیل تصاویر سنجش از دور است که به طور وسیع در کاربردهای مختلف استفاده می‌شود. در روش‌های طبقه‌بندی نظارت شده سنتی، اطلاعات آموزشی و نتایج طبقه‌بندی مبتنی بر اصل «هر پیکسل-یک کلاس» نمایش داده می‌شوند. در مواردی که عدم اطمینان و پیکسل‌های مختلط در سنجش از دور وجود دارد، استفاده از روش‌های فازی توصیه می‌شود. مطالعات اخیر نشان می‌دهند که استفاده از اطلاعات مجاورت به همراه اطلاعات طیفی می‌تواند به صحت بالاتری در طبقه‌بندی بینجامد. استفاده از اطلاعات مجاورت در پس‌پردازش نتایج طبقه‌بندی به دلیل وابستگی نداشتن به طبقه‌بندی کننده اولیه از دلایل استفاده از آن در پژوهش حاضر است. قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی یکی از روش‌های استفاده از اطلاعات مجاورت در بخش پس‌پردازش است. درصورتی که از بیش از دو طبقه‌بندی کننده استفاده شود، می‌توان امکان تلفیق نتایج را بررسی کرد. در این پژوهش برای تلفیق مکانی نتایج با استفاده از قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی، دو راهکار پیشنهاد شده است. در راهکار نخست، یکی از دو طبقه‌بندی کننده مبنای تلفیق قرار می‌گیرد و در راهکار دوم فقط پیکسل‌هایی که در هر دو روش طبقه‌بندی، به صورت یکسان طبقه‌بندی شده‌اند و هم‌زمان پیکسل محدوده نیستند، در تصویر نهایی برچسب خود را حفظ می‌کنند. نتایج نشان می‌دهند که راهکار نخست در مقایسه با راهکار دوم دقت بهتری را به دست می‌دهد. بیشترین مقادیر صحت کلی و کاپای کلی به دست آمده مربوط به زمانی است که روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت در راهکار نخست تلفیق مکانی مبنای قرار می‌گیرد و به ترتیب ۸۹/۰۱ و ۸۸/۹۸ هستند. به طور کلی، تلفیق مکانی نتایج در مقایسه با وضعیتی که فقط از یک طبقه‌بندی کننده استفاده شود، دقت را بهبود می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: طبقه‌بندی فازی، فضای توپولوژی فازی، تلفیق، قوانین اتصال.

* نویسنده مکاتبه کننده: تهران، خیابان ولی‌عصر، تقاطع میرداماد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری. تلفن: ۰۹۱۳۵۴۳۷۱۷۶

Email: Hamid.khansar@gmail.com

۱- مقدمه

مجموعه‌های فازی در نظر گرفته شد و عملکردهای نظریه‌مجموعه برای تعديل درجات عضویت پیکسل‌های کلاس‌ها به کار گرفته شد. وانگ، الگوریتم بیشترین شباهت فازی را با استفاده از بردار میانگین و ماتریس کوواریانس فازی ارائه کرد. در این روش از ماتریسی پارتبیشن شده برای مشخص کردن درجات عضویت هر پیکسل به کلاس مورد نظر استفاده شد (Wang, 1990).

به زبان ریاضی، توبولوژی فازی با معرفی مفهوم مقدار تابع تعلق در یک مجموعه فازی از توبولوژی معمولی تعمیم یافته است. نظریه توبولوژی فازی براساس مفهوم مجموعه فازی شکل گرفته است و ابزاری مقدماتی را برای توسعه طبقه‌بندی فازی به دست می‌دهد (Liu et al., 2011).

براساس تحقیقات لیو و همکاران (1997)، هر عملگر داخلی یا بستار^۳ می‌تواند یک توبولوژی فازی را جداگانه تعریف کند و توبولوژی فازی نیز به وسیله سطح برش مناسب تعریف می‌شود. ساختار فضای توبولوژی فازی با دو مقدار حدآستانه α و $1-\alpha$ تولید می‌شود. این دو مقدار حدآستانه را می‌توان به ترتیب از عملگرهای داخلی و بستار به دست آورد (Liu et al., 2011).

تلفیق نتایج چند روش طبقه‌بندی در بخش پس‌پردازش به دو صورت طیفی و مکانی امکان‌پذیر است. در تلفیق نتایج به صورت طیفی فقط از اطلاعات طیفی پیکسل‌ها در باندهای تصویر استفاده می‌شود، در صورتی که در تلفیق مکانی نتایج روابط بین پیکسل‌ها به همراه اطلاعات طیفی می‌تواند در بهبود دقت طبقه‌بندی تأثیرگذار باشد. وانگ و وان تلفیق نتایج روش‌های طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی^۴ و بیشترین شباهت فازی را با استفاده از یک تابع تلفیق، انجام

بهبود صحت طبقه‌بندی پوشش‌های زمینی یکی از موضوعات مهم تحقیقات در زمینه سنجش از دور است. کیفیت صحت غالباً از فهم درست سیستم کلاس‌های زمینی به دست می‌آید. به طور کلی دو نوع روش طبقه‌بندی وجود دارد: نظارت شده^۱ و ناظارت نشده^۲. در روش طبقه‌بندی ناظارت شده برای اینکه هر کلاس تعریف شود، به پیکسل‌های آموزشی نیاز است. در طبقه‌بندی ناظارت نشده به داده‌های خارجی نیاز نیست، زیرا کلاس‌ها کاملاً با استفاده از تفاوت در مقادیر طیفی تعیین می‌شوند (Liu et al., 2011). روش‌های زیادی برای بهبود صحت طبقه‌بندی به وجود آمده‌اند، اما بهبود بیشتر آن هنوز مطلوب و ضروری به نظر می‌رسد (Rajesh et al., 2015).

روش‌های سنتی طبقه‌بندی تصویر عموماً به طبقه‌بندی «سخت» می‌انجامند که هر پیکسل را در یک کلاس مطمئن طبقه‌بندی می‌کنند (Melgani et al., 2000). به دلیل پیچیدگی‌های کلاس‌های زمینی وجود پیکسل‌های مختلف، مرزهای منطقی بین کلاس‌های مختلف از یکدیگر جدا نیستند، از این‌رو روش‌های طبقه‌بندی سخت نمی‌توانند پیکسل‌های مختلف را به خوبی طبقه‌بندی کنند و منجر به طبقه‌بندی اشتباه می‌شوند. پس از آنکه زاده منطق فازی را مطرح کرد، بحث طبقه‌بندی تصاویر سنجش از دور با عدم اطمینان طرح شد (Wang & Wan, 2009; Gin et al., 2014;

بزدک و همکاران، الگوریتم خوشبندی C-means فازی را شرح و بسط دادند (Bezdek et al., 1984). کانن و همکارانش در زمینه طبقه‌بندی ناظارت نشده تصویر سنجش از دوری لندست TM کار کردند (Cannon et al., 1986). در الگوریتم آنها، مجموعه‌های فازی عمده‌ای برای نمایش نتایج میانی استفاده می‌شوند. زنزو و همکارانش الگوریتم تخفیف فازی را برای طبقه‌بندی زمینه مطرح کردند (Zenzo et al., 1987). در مطالعه آنها کلاس‌های پوششی به عنوان

-
1. Supervised
 2. Unsupervised
 3. Closure
 4. Fuzzy Mahalanobis Classifier

حاصل از این دو طبقه‌بندی کننده فازی معرفی می‌گردد. در قسمت بعد، توبولوژی فازی و چگونگی استفاده از این مفهوم در طبقه‌بندی تصاویر ارائه می‌شود.

۱-۲- طبقه‌بندی کننده‌های فازی

۱-۱-۲- روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت با احتمال اولیه
رابطه (۱)

$$P(k/x) = \frac{P(k)P(x/k)}{\sum_{i=1}^m P(i)P(x/i)}$$

که در آن، $P(k)$ احتمال کلاس k و $P(x/k)$ احتمال شرطی مشاهده x از کلاس k است. زمانی که از توزیع نرمال چندمتغیره استفاده شود،تابع شباهت به صورت رابطه (۲) بیان می‌شود:

رابطه (۲)

$$P_k(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |V_k|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_k)^T V_k^{-1} (x - \mu_k)\right)$$

که در آن، n تعداد باند ها، V_k ماتریس کوواریانس، و μ_k بردار میانگین کلاس k است.

۲-۱-۲- فاصله ماهالانوبیس

رابطه (۳)

$$d_k^2(x) = (x - \mu_k)^T V_k^{-1} (x - \mu_k)$$

که در آن، $d_k^2(x)$ مربع فاصله ماهالانوبیس بین پیکسل x و میانگین μ_k ماتریس کوواریانس، و μ_k بردار میانگین کلاس k است. این طبقه‌بندی کننده پیکسل x را در کلاسی که $(x - \mu_k)^T V_k^{-1} (x - \mu_k)$ مینیمم شود، طبقه‌بندی می‌کند.

دادند. در این روش صرفاً از اطلاعات طیفی پیکسل‌ها استفاده شد (Wang & Wan, 2009). لیو و همکارانش از توبولوژی فازی برای بهبود صحت طبقه‌بندی کننده Liu et al., (2011) بیشترین شباهت فازی می‌شود سپس هر کلاس تصویر با استفاده از یک حدآستانه به سه قسمت فضای داخلی، فضای خارجی و محدوده تقسیم می‌شود. با استفاده از قوانین اتصال در توبولوژی فازی، کلاس پیکسل مورد نظر مشخص می‌گردد (Shi et al., 2010). مسئله‌ای که لیو و همکاران به آن نپرداختند، تأثیر تلفیق مکانی نتایج حاصل از حداقل دو طبقه‌بندی کننده فازی در مرحله اعمال قوانین اتصال در فضای توبولوژی فازی است. در مطالعه آنها فقط از یک طبقه‌بندی کننده استفاده شد و از اطلاعات مکانی بین پیکسل‌ها صرفاً در بهبود دقت یک طبقه‌بندی کننده استفاده گردید.

در پژوهش حاضر برای تلفیق مکانی نتایج حداقل دو طبقه‌بندی کننده دو راهکار پیشنهاد شده و تأثیر آنها بررسی شده است.

بخش دوم این مقاله به معرفی طبقه‌بندی کننده‌های ماهالانوبیس و بیشترین شباهت و چگونگی فازی‌سازی آنها می‌پردازد، سپس توبولوژی فازی و نحوه تعیین حدآستانه معرفی می‌شود. در بخش سوم، نحوه استفاده از قوانین اتصال در توبولوژی فازی و راهکارهای پیشنهادی برای تلفیق مکانی نتایج معرفی می‌شود. در بخش چهارم، پیاده‌سازی روش پیشنهادی به همراه ارزیابی صحت برای نتایج حاصل از الگوریتم تلفیقی پیشنهادی با نتایج سایر الگوریتم‌ها مقایسه می‌شود. در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی مطرح می‌شود.

۲- مبانی نظری تحقیق

در این بخش ابتدا روش‌های طبقه‌بندی بیشترین شباهت و ماهالانوبیس معرفی و نحوه فازی‌سازی آنها بیان می‌شود. سپس تابعی برای تلفیق طیفی نتایج

ویژگی پیکسل آم و $f_k(x_i)$ درجه عضویت پیکسل x_i در کلاس k است. شکل ۱ نمایی بصری از ماتریس ۵ را برای زمانی که تصویر شامل ۴ کلاس است، نشان می‌دهد.

۲. بردار میانگین فازی و ماتریس کوواریانس فازی به صورت رابطه (۶) و رابطه (۷) محاسبه می‌شوند.

$$\text{رابطه (6)} \quad \mu_k^* = \frac{\sum_{i=0}^n f_k(x_i)x_i}{\sum_{i=0}^n f_k(x_i)}$$

$$\text{رابطه (7)} \quad V_k^* = \frac{\sum_{i=0}^n f_k(x_i)(x - \mu_k^*)(x - \mu_k^*)^T}{\sum_{i=0}^n f_k(x_i)}$$

که در آنها، μ_k^* و V_k^* به ترتیب بردار میانگین فازی و ماتریس کوواریانس فازی هستند و سایر علامتها نیز پیش‌تر معرفی شدند.

۳-۱-۲- فازی‌سازی

با فرض آنکه تمام پیکسل‌های تصویر دست‌کم در یک کلاس طبقه‌بندی شوند (پیکسل بدون کلاس وجود ندارد)، طبقه‌بندی فازی می‌تواند درجهات عضویت هر پیکسل را در تمام کلاس‌ها محاسبه می‌کند، که باید در شرایط رابطه (۴) صدق کند.

$$\text{رابطه (4)}$$

$$\begin{cases} 0 \leq f_i(x) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^m f_i(x) = 1 \end{cases}$$

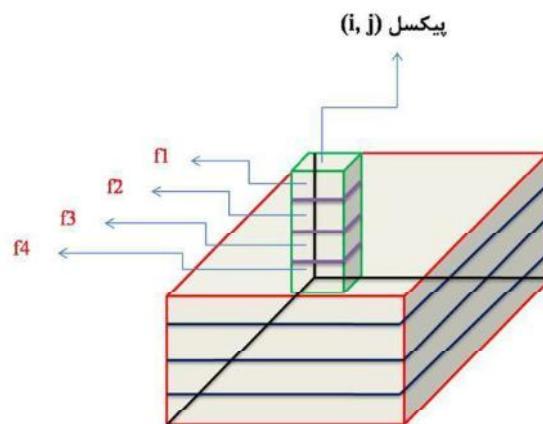
که در آن، m تعداد کلاس‌ها، f درجهات عضویت، و x پیکسل انتخابی است. مراحل تکراری برای طبقه‌بندی فازی تصویر در ادامه شرح داده می‌شود.

۱. با استفاده از بردار میانگین و ماتریس کوواریانس حاصل از داده‌های آموزشی و همچنین رابطه (۱) و رابطه (۲)، ماتریس پارتبیشن‌شده رابطه (۵) به دست می‌آید.

$$\text{رابطه (5)}$$

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1) & \cdots & f_1(x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_m(x_1) & \cdots & f_m(x_n) \end{bmatrix}$$

که در آن، n تعداد پیکسل‌های تصویر، x_i بردار



شکل ۱. دید بصری از ماتریس پارتبیشن‌شده فازی

کلاسیک است. اگر X مجموعه مرجع کلاسیک باشد، عضویت در زیرمجموعه‌ای کلاسیک مانند A ، از طریق $Zadeh$, ۱۹۷۸^۱ تابع خصوصیت از X به $\{1,0\}$ تعیین می‌شود. اگر $\{1,0\}$ مجموعه ارزیابی^۲ نامیده می‌شود. اگر این مجموعه بتواند مقادیر بازه $[1,0]$ را به‌خود بگیرد، یک مجموعه فازی خواهد بود. (X, μ_A) مقدار عضویت X یا درجه عضویت X در A است و A زیرمجموعه‌ای از X قلمداد می‌شود که مرز روشی ندارد. مجموعه فازی A را می‌توان با مجموعه و زوج مرتب‌هایی به این ترتیب نشان داد: $A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}$. A مقدار عضویت، عددی در بازه $[1,0]$ است که جایگزین مقدار خصوصیت در حالت غیرفازی یا کریسپ شده است (Zadeh, 1988).

نظریه توبولوژی فازی براساس مفهوم (زیر)مجموعه‌های فازی ایجاد شده است. به زبان ریاضی، توبولوژی فازی از توبولوژی معمولی با معرفی مفهوم مقدار تابع تعلق در مجموعه فازی تعمیم یافته است. چندین تعریف برای توبولوژی فازی وجود دارد و تعریفی که در مطالعه حاضر به کار گرفته شده، تعریفی است که چانگ^۳

در سال ۱۹۶۸ ارائه کرده است (Liu et al., 2011). چنانچه A زیرمجموعه‌ای فازی از مجموعه کریسپ و عادی X باشد و $P(X)$ مجموعه توانی فازی مجموعه X باشد، اگر به‌ازای هر $x \in P(X)$ چنین باشد:

- $0,1 \in \delta$
- if $A, B \in \delta$, then $A \cup B \in \delta$
- if $\{A_i : i \in J\} \subset \delta$, where J is an index set, then $\bigcup_{i \in J} A_i \in \delta$

در آن صورت δ را توبولوژی فازی روی X می‌نامند. (X, δ) را فضای توبولوژی فازی^۴ یا به اختصار fts می‌گویند. فضای توبولوژی کریسپ^۵ را با cts نمایش

۳. با جای‌گذاری بردار میانگین فازی و ماتریس کوواریانس فازی به جای بردار میانگین و ماتریس کوواریانس سنتی در معادلاتی که در پی می‌آیند، ماتریس‌های پارتبیشن شده جدید محاسبه می‌شوند. درجات عضویت براساس فاصله ماهالاتوبیس به صورت رابطه (۸) و رابطه (۹) بیان می‌شود.

رابطه (۸)

$$f_k'(x_i) = \frac{\left(\frac{1}{d_k^{*2}(x_i)} \right)'}{\sum_{k=1}^m \left(\frac{1}{d_k^{*2}(x_i)} \right)'}$$

رابطه (۹)

$$d_k^{*2}(x_i) = (x_i - \mu_k^*)^T V_k^{*-1} (x_i - \mu_k^*)$$

که در آنها، $f_k'(x_i)$ درجه عضویت پیکسل x_i در کلاس k و t پارامتر کنترل درجه فازی است. درجات عضویت براساس بیشترین شباهت به صورت رابطه (۱۰) و رابطه (۱۱) بیان می‌شود.

رابطه (۱۰)

$$f_k''(x_i) = \frac{P_k^*(x_i)}{\sum_{k=1}^m P_k^*(x_i)}$$

رابطه (۱۱)

$$P_k^*(x_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |V_k^*|^{1/2}}$$

$$\exp\left(\frac{-1}{2}(x_i - \mu_k^*)^T V_k^{*-1} (x_i - \mu_k^*)\right)$$

که در آنها، $f_k''(x_i)$ درجه عضویت پیکسل x_i در کلاس k است.

این مراحل تا جایی ادامه می‌یابند که امکان چشم‌پوشی از تفاصل بین دو ماتریس پارتبیشن شده متواتی برای هر کدام از طبقه‌بندی کننده‌ها وجود داشته باشد (Wang & Wan, 2009).

۲-۲- توبولوژی فازی و کاربرد آن در طبقه‌بندی نظریه مجموعه فازی گسترشی از نظریه مجموعه‌های

1. Valuation

2. Chang

3. Fuzzy Topological Space (FTS)

4. Crisp Topological Space (CTS)

ساختار فضای توپولوژی فازی را می‌توان با دو مقدار حدآستانه $1-\alpha$ و α تولید کرد. این دو مقدار حدآستانه به ترتیب از عملگرهای داخلی و بستار به دست می‌آیند. با اعمال این حدآستانه هر کلاس به سه قسمت فضای داخلی، خارجی و محدوده تجزیه می‌شود (Liu et al., 2011).

حال اگر m کلاس C_1, C_2, \dots, C_m با تابع شباخت $L_{C_1}, L_{C_2}, \dots, L_{C_m}$ وجود داشته باشد، برای هر کلاس C_i یک تابع عضویت از L_{C_i} است. تابع عضویت درونی کلاس C_i ($L_{C_i}^c$) است و تابع عضویت محدوده کلاس C_i به صورت رابطه (۱۲) است.

رابطه (۱۲)

$$\partial L_{C_i} = (L_{C_i})^{1-\alpha} \cap (L_{C_i})_\alpha^c$$

رابطه (۱۲) بدین معناست که هر کلاس در تصویر می‌تواند به عنوان یک مجموعه فازی در فضای توپولوژی فازی مورد بررسی قرار گیرد. اگر m کلاس وجود داشته باشد، هر کلاس فضای داخلی و محدوده خود را خواهد داشت. فضای داخلی و محدوده کلاس‌ها را C_j و C_i نشان می‌دهند. رابطه بین کلاس‌ها می‌تواند عدم اتصال، همپوشانی، شامل شدن، لمس کردن و مانند اینها باشد (Liu et al., 2011).

تکنیک‌های زیادی برای تعیین همبستگی بین دو یا چند توزیع مطرح شده است. ضریب همبستگی داخلی، شاخصی است که بزرگی و جهت رابطه بین دو توزیع را اندازه‌گیری می‌کند، که به صورت رابطه (۱۳) بیان می‌شود.

رابطه (۱۳)

$$r_{ij} = \frac{\sum_k (x_k - \mu_x)^T (y_k - \mu_y)}{\sqrt{\sum_k |(x_k - \mu_x)|^2} \sqrt{\sum_k |(y_k - \mu_y)|^2}}$$

1. Interior

می‌دهند. هر عضو δ را یک مجموعه باز فازی در (X, δ) می‌نامند. مجموعه A را مجموعه بسته فازی می‌گویند، اگر مکمل آن باز باشد. اجتماع تمام مجموعه‌های فازی را که داخل A باشد، درونی^۱ A می‌گویند و با A^0 نمایش می‌دهند و A^0 بزرگ‌ترین مجموعه باز داخل A است. اشتراک تمام مجموعه‌های بسته شامل A را بستار می‌نامند و A^- کوچک‌ترین مجموعه بسته شامل A است (Chen Liu et al., 2011). تعریف کلی cts و مشابه fts و cts مشابه fts است، تفاوت اصلی شان در این است که fts زیرمجموعه‌های فازی را دربرمی‌گیرد اما cts فقط شامل زیرمجموعه‌های عادی یا کریسب است. تفاوت دیگر بین fts و cts به علت متفاوت بودن خصوصیات مجموعه‌های فازی و مجموعه‌های کریسب است (Liu et al., 2011).

(Tang, 2004;

در فضای توپولوژی کریسب، مرز ∂A زیرمجموعه‌ای مانند A و اشتراک بستار مجموعه A با بستار مکمل A ، دارای خصوصیات زیر است:

۱) مرز زیرمجموعه بسته است.

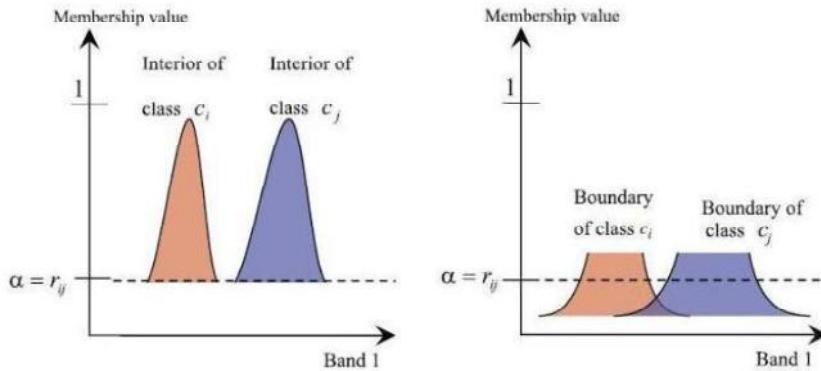
۲) برابر با اختلاف بین بستار و درونی مجموعه است.

۳) برابر با اشتراک بستار و بستار مکمل مجموعه است.

تعریف مذکور برای مرز فازی معادل تعریف مرز زیرمجموعه کریسب است اگر همه تابع عضویت مجموعه‌های فازی، تابع خصوصیت باشند. در فضای توپولوژیک فازی برخی از سه خصوصیتی که در اینجا اشاره شد باقی نخواهند ماند. مثلاً ممکن است $A^- \cap A^c = A^- - A^0$ درست نباشد زیرا در $A \cap A^c \neq \emptyset$ نظریه مجموعه‌های فازی چنین است: (Tang et al., 2003)

براساس تحقیقات لیو و همکارانش در سال ۱۹۹۷، هر عملگر درونی یا بستار می‌تواند یک توپولوژی فازی را به طور جداگانه تعریف کند. بر این مبنای توپولوژی فازی به وسیله سطح برش مناسب تعریف می‌شود.

تلغیق نتایج چند طبقه‌بندی کننده فازی با استفاده از قوانین اتصال در فضای توبولوژی فازی



شکل ۲. فضای داخلی و محدوده کلاس‌های c_i و c_j

موضوع می‌پردازد که آیا یک شیء مکانی با شیء دیگر فقط در فضای زمینه^۴ متصل است. این تعریف با مفهوم همسایگی بیشتر از مفهوم تراز مرتبط است. بنابراین، مفهوم اتصال برای اشیای مکانی فقط براساس توبولوژی زمینه تعریف می‌شود (Shi et al., 2010). پشتیبان مجزا^۵: در صورتی که (X, δ) یک fts و (X, β) فضای توبولوژی زمینه‌شان و $A, B \in \delta$ باشد، A و B پشتیبان مجزا نامیده می‌شوند اگر:

$$\overline{Supp(A)} \cap \overline{Supp(B)} = \\ Supp(A) \cap \overline{Supp(B)} = \emptyset$$

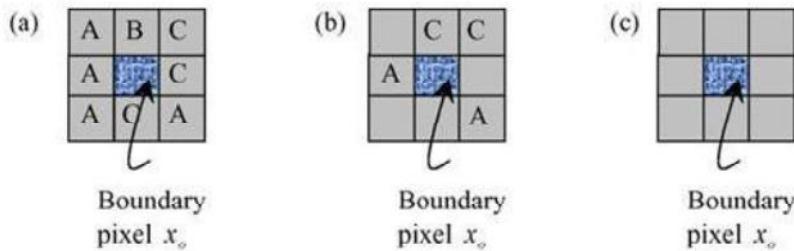
اتصال پشتیبان^۶ مجموعه فازی: A را اتصال پشتیبان در (X, δ, β) می‌نامند اگر هیچ پشتیبان مجزای $C, D \in X$, $C \neq D$ وجود نداشته باشد، به‌طوری‌که:

$$A = C \cup D, \quad Supp(A) = \\ Supp(C) \cup Supp(D)$$

-
1. Connectivity
 2. Neighbourhood
 3. Levelling
 4. Background
 5. Supported separated
 6. Supported separated

که در آن، کلاس c_i با مجموعه آموزشی $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ و میانگین μ_x تعریف شده و کلاس c_j با مجموعه آموزشی $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ و میانگین μ_y تعریف شده است. این ضریب برای محدوده $[0, 1]$ طراحی شده است و به منظور اندازه‌گیری همبستگی داخلی بین دو یا چند توزیع به کار می‌رود. زمانی که مقدار ضریب بین دو متغیر نزدیک به یک باشد، متغیرها خیلی وابسته‌اند و زمانی که همبستگی داخلی بین متغیرها پایین باشد نزدیک به صفر است. برای $\alpha = max(r_{ij})$ ، حد آستانه به صورت (Shi et al., 2010) تعریف می‌شود:

اتصال^۷ یکی از عوارض فضای توبولوژی فازی است. تعریف متدائل اتصال زیرمجموعه فازی A در توبولوژی فازی این است که A نمی‌تواند به وسیله دو مجموعه فازی باز یا بسته غیرتھی – که به ترتیب اتصال باز یا بسته نامیده می‌شود – جدا شود (Shi et al., 2010). براساس مشخصات توبولوژی فازی، این نوع از اتصال شامل دو نوع ساختار همسایگی^۸ و تراز^۹ می‌شود. اتصال اشیای مکانی بیشتر از ساختار تراز به ساختار همسایگی شیء مکانی مربوط است، بنابراین تعریف معمولی اتصال توبولوژی فازی برای این کاربرد مناسب نیست. درنتیجه لازم است تعریف جدیدی برای اتصال اشیای مکانی ارائه شود. مفهوم جدید اتصال برای اشیای مکانی به این



شکل ۳. حالت‌های گوناگون برای طبقه‌بندی دوباره پیکسل محدوده

۳- معرفی روش پیشنهادی

نمای شماتیک روش پیشنهادی در پژوهش حاضر در شکل ۴ نشان داده شده است.

مرحله ۱) تعریف کلاس‌ها: ابتدا کلاس‌های موجود در تصویر برای طبقه‌بندی تعریف می‌شوند. برای هر کلاس تعریف شده، میانگین μ_i و ماتریس کوواریانس Σ_i محاسبه می‌شود که در آن، n تعداد کلاس‌هاست.

مرحله ۲) محاسبه ضریب همبستگی داخلی: اگر ضریب محاسبه شده براساس رابطه (۱۳) باشد، مقدار حدآستانه تعیین شده برابر با $r_{ij} = \max r_{ij}$ خواهد بود.

مرحله ۳) محاسبه درجه عضویت هر پیکسل در کلاس‌ها: برای تمام پیکسل‌های تصویر درجه عضویت در کلاس‌های مختلف با استفاده از روش فازی سازی که در بخش ۲ توضیح داده شد، محاسبه می‌شود. به بیان دیگر برای هر کدام از طبقه‌بندی‌کننده‌ها ماتریس ۵ به دست می‌آید.

مرحله ۴) تعیین فضای داخلی از کلاس برای هر پیکسل: اگر برای هر پیکسل x_0 و کلاس‌های C_1, \dots, C_k درجه عضویت پیکسل x_0 در کلاس k باشد، فرض می‌شود:

$$L_{k0}(x_0) = \max_k (L_k(x_0))$$

به عبارت دیگر، از تمامی درجات تعلق پیکسل x_0 در کلاس‌های مختلف، ماتریس گرفته و برابر با $L_{k0}(x_0)$ فرض می‌شود. حال اگر:

$L_{k0}(x_0) > \alpha$ پیکسل x_0 متعلق به فضای داخلی است.

$L_{k0}(x_0) \leq \alpha$ پیکسل x_0 متعلق به محدوده یک

درواقع اتصال پشتیبان به معنی فضای توپولوژی فازی (X, δ, β) وابسته به فضای توپولوژی (X, δ) نیست، بلکه فقط وابسته به فضای توپولوژی زمانی (X, β) است. بنابراین زمانی که رابطه توپولوژی مدل می‌شود، مفهوم اتصال پشتیبان باعث سروکار یافتن با فضای توپولوژی فازی ساده‌تری می‌گردد. مفهوم اتصال همچنین می‌تواند برای پشتیبانی تحلیل‌های مکانی مربوط به محدوده کلاس و برای طبقه‌بندی پیکسل‌های مرز در مرحله پس‌بردازش نتایج طبقه‌بندی به کار رود (Shi et al., 2010).

در ادامه، قوانین اتصال به منظور تشخیص کلاس صحیح برای پیکسل‌های محدوده زمانی ای که فقط از یک طبقه‌بندی کننده استفاده می‌کنند، آمده است:

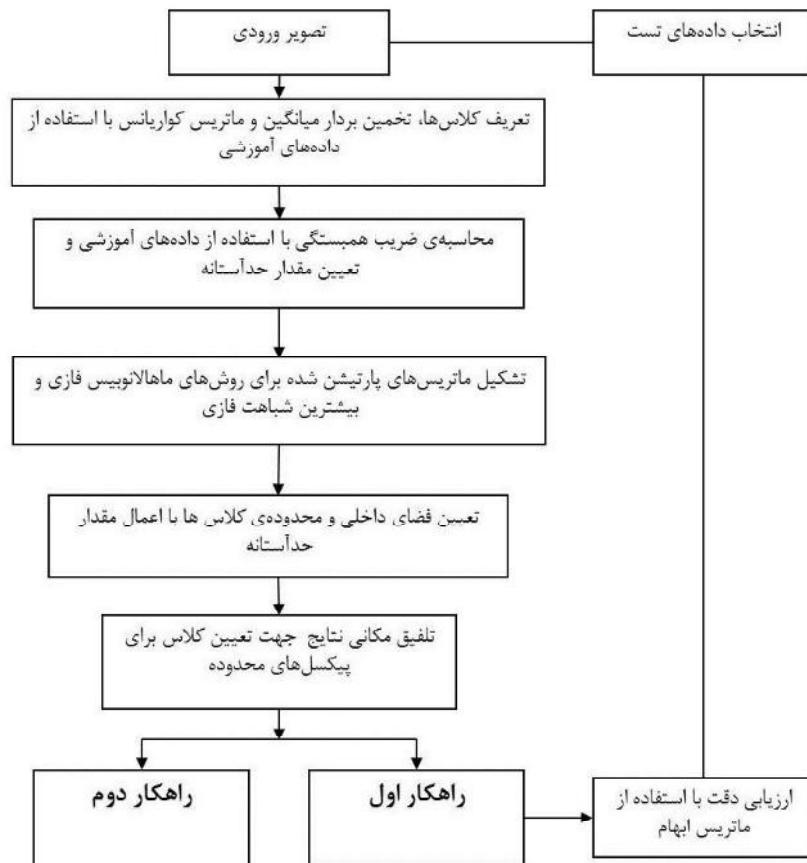
- اگر بیشترین تعداد پیکسل از یک کلاس درون این ۸ پیکسل وجود داشته باشد، پیکسل مرز به عنوان آن کلاس اکثریت طبقه‌بندی می‌شود (شکل ۳-a).
- اگر تعداد پیکسل‌های کلاس A مساوی تعداد پیکسل‌های کلاس C باشد، پیکسل مرز می‌تواند به عنوان کلاس A یا C طبقه‌بندی شود. در این مرحله تأثیر تلفیق نتایج بیشتر مشخص می‌شود (شکل ۳-b).

- اگر هیچ کلاسی در این ۸ پیکسل وجود نداشته باشد، پیکسل مرز به عنوان یک کلاس Null یا خالی طبقه‌بندی می‌شود (شکل ۳-c).

این کار تا زمانی که تمام پیکسل‌های محدوده دوباره طبقه‌بندی گردند، انجام می‌شود.

تلفیق نتایج چند طبقه‌بندی کننده فازی با استفاده از قوانین اتصال در فضای توبولوژی فازی

کلاس معین است.



شکل ۴. نمای شماتیک روش پیشنهادی

ماتریس دوم را ماتریس طبقه‌بندی فرعی می‌نامند. پنجره متحرکی که روی ماتریس طبقه‌بندی مبنا حرکت می‌کند، پنجره متحرک اصلی و پنجره متحرکی که روی ماتریس طبقه‌بندی فرعی حرکت می‌کند، پنجره متحرک فرعی نامیده می‌شود. سپس مرکز پنجره متحرک اصلی فقط روی پیکسل‌های ماتریس طبقه‌بندی مبنا که مقادیر صفر دارند، قرار می‌گیرد. مرکز پنجره متحرک فرعی روی پیکسل متناظر با مقدار صفر در ماتریس (تصویر) مبنا قرار می‌گیرد. در این حالت پیکسل متناظر با پیکسل صفر موجود در ماتریس (تصویر) طبقه‌بندی مبنا، لزوماً برچسب صفر ندارد. سپس با استفاده از قوانین مذکور در نظریه

مرحله ۵) تلفیق نتایج به منظور تعیین کلاس برای پیکسل محدوده: در این مرحله دو ماتریس (تصویر) حاصل از اعمال مقدار حدآستانه به دست می‌آید که در آنها پیکسل‌های محدوده برچسب، صفر و پیکسل‌های دیگر که شرط تعلق به فضای داخلی کلاس را رعایت کرده‌اند، برچسب کلاس مربوط به خود را دارند. برای تلفیق مکانی نتایج حاصل از این مرحله با استفاده از قوانین اتصال، دو راهکار بررسی می‌شود. در راهکار نخست فرض بر این است که یکی از روش‌های طبقه‌بندی اهمیت بیشتری دارد؛ بنابراین ماتریس (تصویر) حاصل از آن روش مبنای کار قرار می‌گیرد. این ماتریس را ماتریس طبقه‌بندی مبنا و

پیکسل مورد نظر به کلاسی تعلق می‌باید که بیشترین تعداد از پیکسل‌های متصل به آن، متعلق به فضای داخلی آن کلاس مطمئن باشد.

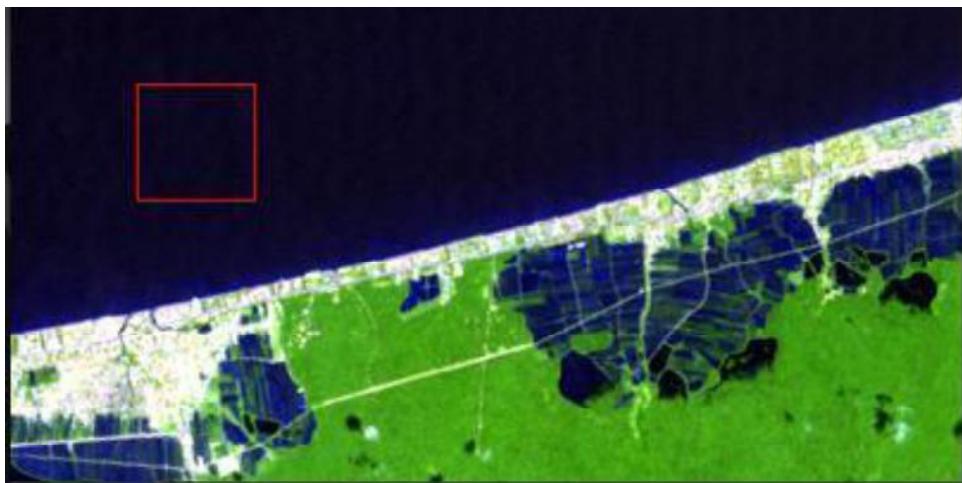
۴- پیاده‌سازی روش پیشنهادی و ارزیابی دقت

۱-۴- پیاده‌سازی روش پیشنهادی

به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، از داده‌های سنجندهٔ چندطیفی لندست در منطقهٔ نور استان مازندران و دارای ابعاد 400×200 پیکسل مطابق شکل ۵ استفاده شد. این تصویر مربوط به سال ۲۰۰۹ است و در پژوهش حاضر از ۴ باند ۱ و ۳ و ۵ و ۷ استفاده شد. تعداد ۴ کلاس دریا با ۹۲۷ پیکسل آموزشی و ۱۱۵۰ پیکسل تست، جنگل با ۸۰۰ پیکسل آموزشی و ۱۲۳۰ پیکسل تست، مزرعه با ۸۰۳ پیکسل آموزشی و ۱۴۵۳ پیکسل تست و منطقهٔ مسکونی با ۵۴۵ پیکسل آموزشی و ۱۱۴۵ پیکسل تست در نظر گرفته شد. سپس ضریب همبستگی بین کلاس‌ها با استفاده از رابطه (۱۲) محاسبه و بیشترین مقدار بین آنها به عنوان حد آستانه در نظر گرفته شد. ماتریس‌های پارتویشن شدهٔ فازی برای هر کدام از روش‌های طبقه‌بندی مطابق با رابطه (۱۲) و با استفاده از مفاهیم نظری شرح داده شده در قسمت ۳-۱-۲ (فازی‌سازی) به دست می‌آیند.

اتصال در توبولوژی فازی، برچسب پیکسل مورد نظر مشخص می‌شود. باید توجه کرد که برچسب سایر پیکسل‌ها در تصویر نهایی در این حالت، همان برچسب موجود در ماتریس (تصویر) طبقه‌بندی مبناست؛ و دیگر اینکه برچسب پیکسل مورد بررسی که در ابتدا صفر بود، با استفاده از تمام همسایه‌های موجود در هر دو پنجرهٔ متحرک اصلی و فرعی، به کمک قوانین مذکور در نظریهٔ اتصال که در بخش‌های قبل مطرح شد، مشخص می‌گردد. به عبارت دیگر مثلاً اگر پنجرهٔ مورد استفاده 3×3 باشد، تعداد ۱۶ پیکسل در مشخص کردن برچسب نهایی پیکسل مورد نظر شرکت خواهد کرد. این کار برای تمام پیکسل‌های محدوده در ماتریس طبقه‌بندی مبنای انجام می‌شود و راهکار مذکور برای زمانی که بیش از دو روش طبقه‌بندی به کار برده شود نیز امکان استفاده دارد.

در راهکار دوم، تمام پیکسل‌هایی که در دو روش به طور یکسان برچسب‌دهی نشده‌اند، به همراه تمام پیکسل‌های محدوده دوباره طبقه‌بندی می‌شوند. برای هر پیکسل از محدوده و پیکسل‌های متناظر با برچسب متفاوت، در هر تصویر ۸ پیکسل متصل به زمانی که پنجرهٔ مورد استفاده 3×3 باشد، جستجو می‌شود. بنابراین برای هر پیکسل، ۱۶ همسایگی وجود دارد.



شکل ۵. تصویر ماهواره‌ای با ترکیب باندی ۷۵۳

۴-۲- بررسی دقت و ارزیابی نتایج

در پژوهش حاضر از روش ماتریس ابهام^۱ به منظور ارزیابی نتایج استفاده شد. ماتریس ابهام، به وسیله مقایسه موقعیت و کلاس هر داده تست با موقعیت متناظر و کلاس تصویر طبقه‌بندی شده محاسبه می‌شود. هر ستون این ماتریس، یک کلاس پوشش زمینی را نمایش می‌دهد و مقادیر ستون، متناظر با برچسب پیکسل حقایق زمینی در تصویر طبقه‌بندی است. پارامترهای آماری صحت کلی^۲ و کاپای کلی^۳ برای هر کدام از روش‌ها از ماتریس ابهام با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شوند.

رابطه (۱۴)

$$Overall\ accuracy = \frac{\sum_{i=1}^r X_{ii}}{N}$$

رابطه (۱۵)

$$\kappa = \frac{N \sum_{i=1}^r X_{ii} - \sum_{i=1}^r (X_{i+} \times X_{+i})}{N^2 - \sum_{i=1}^r (X_{i+} \times X_{+i})}$$

که در آنها، N جمع کل مشاهده‌ها، r تعداد سطرهای ماتریس که برابر با تعداد ستون‌هاست، X_{ii} تعداد مشاهده در سطر و ستون i ، X_{i+} جمع حاشیه‌ای سطر i و X_{+i} جمع حاشیه‌ای ستون i است. از آنجاکه این پارامترها فقط برای ارزیابی نتایج طبقه‌بندی کننده‌های سخت هستند، به منظور ارزیابی نتایج طبقه‌بندی کننده‌های نرم ابتدا نتایج آنها با آستانه‌گذاری به طبقه‌بندی سخت تبدیل می‌شود و سپس پارامترها محاسبه می‌گردند. جدول مقادیر صحت کلی و کاپای کلی را برای روش‌های سنتی و فازی و اعمال قوانین اتصال بر روش‌های فازی نشان می‌دهد.

-
1. Confusion Matrix
 2. Overall Accuracy
 3. Overall Kappa

در قسمت دوم پیاده‌سازی، با اعمال حدآستانه روی هریک از ستون‌های ماتریس‌های پارتبیشن شده فازی، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد: پیکسل شرط حد آستانه را رعایت کند، که برچسب کلاس مرتبط را می‌گیرد یا اینکه شرط را رعایت نکند و برچسب صفر بگیرد که به عنوان پیکسل محدوده شناسایی می‌شود. در اینجا می‌توان با اعمال قوانین اتصال در فضای توبولوژی فازی روی هر کدام از ماتریس‌های پارتبیشن شده مذکور، پیکسل‌های محدوده را دوباره طبقه‌بندی کرد.

به منظور تلفیق مکانی نتایج حاصل از دو طبقه‌بندی کننده فازی بعد از اعمال حدآستانه، دو راهکار پیشنهاد شد. در راهکار نخست، نتایج حاصل از یکی از روش‌ها مبنای قرار می‌گیرد و در راهکار دوم، تمام پیکسل‌هایی که دو روش آنها را به‌طور یکسان برچسب‌دهی نکرده است، به همراه تمام پیکسل‌های محدوده دوباره طبقه‌بندی می‌شوند.

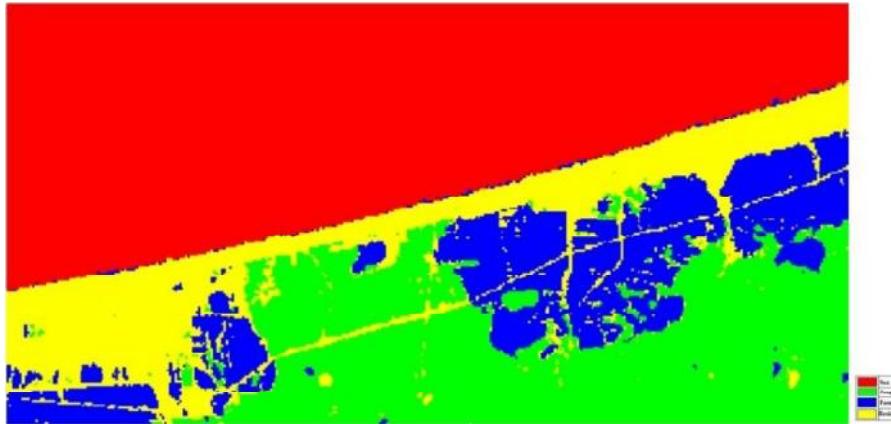
در ادامه، روش طبقه‌بندی سنتی بیشترین شباهت را با MLC، روش طبقه‌بندی سنتی ماهالانوبیس را با MAH، روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی را با FMLC، روش طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی را با FMAH، اعمال قوانین اتصال در فضای توبولوژی فازی روی نتایج روش‌های طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی را با FTMLC و اعمال آنها بر ماهالانوبیس فازی را با FTMAH نشان می‌دهیم. تلفیق مکانی با راهکار اول روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی و روش طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی زمانی که FMLC مبنا باشد، با SI1(FMLC_bace-FMAH) و زمانی که FMAH مبنا باشد با SI1(FMAH_bace-FMLC) بررسی می‌شود. تلفیق مکانی با راهکار دوم روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی و روش طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی را نیز با SI2(FMLC-FMAH) نشان می‌دهیم.

جدول ۱. مقادیر صحت کلی و کاپای کلی برای روش‌های سنتی و فازی و اعمال قوانین اتصال بر روش‌های فازی

روش طبقه‌بندی	صحت کلی	کاپای کلی
MAH	۷۹/۰۰۷۶	۷۸/۹۱۱۳
FMAH	۸۸/۱۸۸۰	۸۸/۱۵۵۶
FTMAH	۸۸/۲۴۸۳	۸۸/۲۱۹۰
MLC	۷۹/۳۷۷۳	۷۹/۴۶۹۷
FMLC	۸۷/۱۰۳۳	۸۷/۰۶۰۷
FTMLC	۸۷/۳۴۴۳	۸۷/۳۰۳۴

جدول ۲. مقادیر صحت کلی و کاپای کلی برای تلفیق مکانی با راهکار اول و دوم

روش طبقه‌بندی	صحت کلی	کاپای کلی
SI1(FMLC_bace-FMAH)	۸۹/۰۱۱۷	۸۸/۹۸۱۳
SI1(FMAH_bace-FMLC)	۸۸/۹۷۱۵	۸۸/۹۴۰۳
SI2(FMLC-FMAH)	۸۸/۷۳۰۴	۸۸/۶۹۴۳



شکل ۶. تصویر نتایج طبقه‌بندی در بهترین حالت، در چهار کلاس دریا (قرمز)، جنگل (سبز)، مزارع (آبی) و مناطق مسکونی (زرد)

قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی بر نتایج روش‌های طبقه‌بندی FMLC و FMAH نیز دقیق‌تر بوده و می‌بخشد ولی تأثیر آن در مقایسه با فازی‌سازی خیلی کمتر است. در جدول ۲ مقادیر صحت کلی و کاپای کلی برای تلفیق مکانی با راهکار اول و دوم ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهند که فازی‌سازی طبقه‌بندی کننده‌ها تأثیر زیادی در بهبود دقت دارد، به‌طوری‌که در روش MLC موجب افزایش مقادیر صحت کلی و کاپای کلی به میزان ۷/۷۳ و ۷/۶ می‌شود و در روش MAH موجب افزایش مقادیر صحت کلی و کاپای کلی به میزان ۹/۱۸ و ۹/۲۴ می‌گردد. اعمال

شوند.

۶- منابع

- Bezdek, J.C., Ehrlich, R. & Full, W., 1984, **FCM: The Fuzzy C-means Clustering Algorithm**, Comp. Geosci., Vol. 10, PP. 191-203.
- Cannon, R.L., Dave, J.V., Bezdek, J.C. & Trivedi, M.M., 1986, **Segmentation of a Thematic Mapper Image Using the Fuzzy C-means Clustering Algorithm**, Trans. Geosci. Remote Sensing, Vol. GE-24, PP. 400-408.
- Chen J., Zhao R.L. & Li Z.L., 2001, **A Voronoi-based 9-intersection Model for Spatial Relations**, International Journal of Geographical Information Science, 15(3), PP. 201-220.
- Gin D.W. & Zhen W.Zh., 2014, **An Enhanced Discrim in ability Recurrent Fuzzy Neural Network for Temporal Classification Problems**, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 237, PP. 47-62.
- Haralick, R.M., Shanmugan, K. & Dinstein, I., 1973, **Texture Feature for Image Classification**, IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics, Vol. 3, No. 6, PP. 610-621.
- Kast, J.L., Swain, P.H., Davis, B.J. & Spencer, P.W., 1977, **ECHO User's GUIDE**, Laboratory for Applications of Remote Sensing.
- Liu, K., Shi, W. & Zhang, H., 2011, **A Fuzzy Topology-based Maximum Likelihood Classification**, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 66, PP. 103–114.
- Liu, K. & Shi, W., 2009, **Quantitative Fuzzy Topological Relations of Spatial Objects by Induced Fuzzy Topology**, International Journal of Applied Earth Observation and

بیشترین دقت مربوط به زمانی است که روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت در راهکار اول تلغیق مکانی مبنای قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار صحت کلی و کاپای کلی به دست آمده به ترتیب ۸۹/۱ و ۸۹/۸ است. نتایج نشان می‌دهند که فازی سازی طبقه‌بندی کننده‌ها تأثیر زیادی در افزایش دقت نهایی دارند و نیز نشان می‌دهند که تلفیق مکانی با راهکار دوم در مقایسه با راهکار اول دقت پایین‌تری را به دست می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در مطالعه حاضر، معرفی نظریه اتصال در فضای توبولوژی فازی و چگونگی استفاده از آن در طبقه‌بندی تصویر ارائه شد. همچنین دو راهکار به منظور تلغیق نتایج مکانی در فضای توبولوژی فازی با استفاده از قوانین اتصال مطرح شد. روش‌های بیشترین شباهت و ماهالاتوبیس با استفاده از بردار میانگین و ماتریس کوواریانس فازی شده و سپس برای هر پیکسل درجات عضویت محاسبه می‌شوند. با اعمال حد آستانه می‌توان پیکسل‌های محدوده را شناسایی کرد. قوانین اتصال، پیکسل‌های محدوده را دوباره طبقه‌بندی می‌کنند. دو راهکار برای تلفیق مکانی نتایج دو طبقه‌بندی کننده پیشنهاد شده است. در راهکار نخست، یکی از دو طبقه‌بندی کننده مبنای تلفیق قرار می‌گیرد و در راهکار دوم، فقط پیکسل‌هایی که در هر دو روش به صورت یکسان طبقه‌بندی شده‌اند و هم‌زمان پیکسل محدوده نیستند، در تصویر نهایی برچسب خود را حفظ می‌کنند. بیشترین مقدار صحت کلی و کاپای کلی به دست آمده مربوط به زمانی است که روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت در راهکار نخست تلفیق مکانی مبنای قرار می‌گیرد و به ترتیب ۸۹/۰۱ و ۸۸/۹۸ هستند. نتایج نشان می‌دهند که تلفیق مکانی با راهکار دوم در مقایسه با تلفیق مکانی با راهکار نخست، دقت پایین‌تری را به دست می‌دهد. پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آتی از روش‌های طبقه‌بندی غیرپارامتریک نیز استفاده شود و این الگوریتم‌ها روی تصاویر فراتصیفی پیاده‌سازی

- Mather, P.M., 2004, **Computer Processing of Remotely-Sensed Images an Introduction**, Third Edition, Chapter 8.
- Melgani, F., Al Hashemy, B., Taha, S., 2000, **An Explicit Fuzzy Supervised Classification Method for Multispectral Remote Sensing Images**, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, January, Vol. 38, No. 1.
- Rajesh K.A. & Narendra G.B., 2015, **Multiobjective PSO based Adaption of Neural Network Topology for Pixel Classification in Satellite Imagery**, Applied Soft Computing, Vol. 28, PP. 217-225.
- Richards, J.A. & Jia, X., 2006, **Remote Sensing Digital Image Analysis; an Introduction**, 4th Edition, Chapter 8, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Shi, W. & Liu, K., 2007, **A Fuzzy Topology for Computing the Interior, Boundary, and Exterior of Spatial Objects Quantitatively in GIS**, Computers & Geosciences, 33, PP. 898–915.
- Shi, W., Liu, K. & Zhang, H., 2010, **A Study of Supervised Classification Accuracy in Fuzzy Topological Methods**, International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 11, PP. 38–45.
- Tang, X.M., 2004, **Spatial Object Modeling in Fuzzy Topological Space with Applications to Land Cover Change**, Jan-china- printed by ITC printing department.
- Tang, X.M., Fang, Y. & Kainz, W., 2003, **A Topological Relations between Fuzzy Regions in a Special Fuzzy Topological Space**, Geography and Geo-information science (in Chinese), 19(2), PP. 1-10.
- Tso, B., Mather & P.M., 2001, **Classification Methods for Remotely Sensed Data**, Taylor & Francis.
- Wang, F., 1990, **Fuzzy Supervised Classification of Remote Sensing Image**, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, March, Vol. 28, No. 2.
- Wang, K. & Wan, Y., 2009, **Classification of Remote Sensing Image Using Fuzzy Multi-classifiers**, IEEE.
- Zadeh L.A., 1978, **Fuzzy Sets as a basis for a Theory of Possibility**, Fuzzy Sets and Systems, 1, PP. 3-28.
- Zadeh L.A., 1988, **Fuzzy Logic**, IEEE Computer, 21, PP. 83-93.