



## استخراج پوشش گیاهی از تصاویر ماهواره‌ای لندست با استفاده از الگوریتم موجک‌هار گویا

کاظم علی‌آبادی<sup>۱\*</sup> و امید باغانی<sup>۲</sup>

۱. مرکز پژوهشی علوم جغرافیایی و مطالعات اجتماعی، دانشگاه حکیم سبزواری

۲. استادیار دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه حکیم سبزواری

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۳۰

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۱۴

### چکیده

هدف این مطالعه، ارائه یک الگوریتم محاسباتی-تقریبی بر پایه موجک‌های هار گویا<sup>۱</sup>، برای تخمین پوشش گیاهی از تصویر لندست، به کمک بازتاب این پدیده در باند مادون قرمز نزدیک است. این باند در ترکیب رنگی RGB، در بخش R قرار گرفته است. این الگوریتم، با استفاده از DN<sup>۱</sup> پوشش گیاهی در ۲۰۰ پیکسل انتخابی باند R (باند مادون قرمز) از سطح تصویر منطقه مورد مطالعه، سعی در استخراج عوارض و پوشش‌های گیاهی کل منطقه مورد مطالعه را دارد. این تعداد پیکسل انتخابی، به صورت یکنواخت و پراکنده از سطح تصویر و فقط از عوارض پوشش گیاهی انتخاب شده است. با توجه به پذیرش داده‌های ورودی در این الگوریتم در فرمت ماتریس، در ابتدا ماتریس‌های بازتاب پوشش گیاهی برای ۴ و ۸ موجک با استفاده از ۲۰۰ پیکسل مفروض ساخته می‌شوند. این ماتریس‌ها، با بلوک‌بندی تصویر لندست منطقه، به ترتیب به ۱۶ و ۶۴ قسمت به دست می‌آیند. هر عضو این ماتریس‌ها، نشان‌دهنده میانگین پوشش گیاهی منطقه در بلوک متناظر آن از تصویر منطقه است. سپس با معرفی یک معادله کارآمد ریاضی، با استخراج پوشش گیاهی کل منطقه مورد مطالعه و بازسازی باند هر پیکسل از سطح تصویر می‌پردازیم. از جمله مزیت‌های این روش، بهدلیل انجام محاسبات ماتریسی، افزایش سرعت و دقت محاسبات در حد مقایس پیکسل خواهد بود. در این مطالعه، استخراج پوشش گیاهی با ۴ و ۸ موجک هار گویاشده، با میزان دقت به ترتیب ۷۵ و ۸۷.۵ درصد انجام شده است. با افزایش تعداد موجک‌ها، دقت الگوریتم موجک هار گویا افزایش می‌یابد، اما از دلایل موجود جهت عدم افزایش تعداد موجک‌ها، افزایش خطای گرد کردن و افزایش هزینه محاسباتی بوده است، بهطوری‌که با افزایش تعداد موجک‌ها، زمان و حافظه صرفشده به صورت نمایی افزایش می‌یابند. در سنجش از دور، برای استخراج پوشش گیاهی، تکنیک‌هایی نظری طبقه‌بندی<sup>۱</sup> ارائه شده است که به وسیله آنها می‌توان کلاس پوشش گیاهی را با نرم‌افزارهای سنجش از دوری استخراج نمود. اما تفاوت اصلی و اساسی بین روش ارائه شده در این مقاله و تکنیک‌های موجود، میزان دقت استخراج پوشش گیاهی در ابعاد پیکسل است. در تکنیک‌های پردازشی و تحلیلی (در خصوص استخراج و کلاس‌بندی پوشش گیاهی) در سنجش از دور، بسیاری از پیکسل‌های حاوی پوشش گیاهی که به صورت منفرد یا خوش‌ای (اما به تعداد کم) هستند، در سایر کلاس‌ها نظیر زمین بایر یا زمین شهری ادغام خواهند شد، که الگوریتم موجک‌های هار گویاشده، فاقد این نقصیه است.

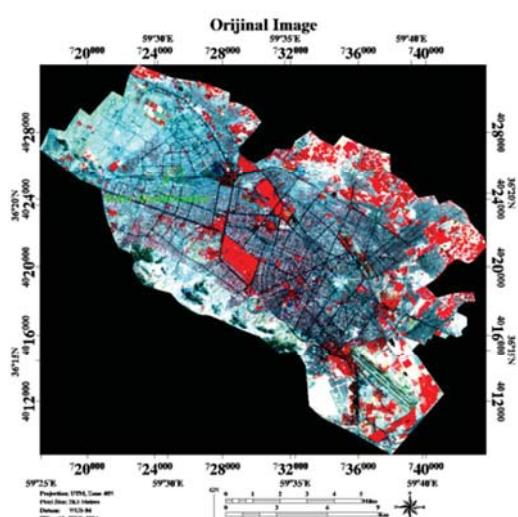
کلید واژه‌ها: موجک هار گویا، تخمین پوشش گیاهی، تصاویر ماهواره لندست، ترکیب رنگی RGB

\* نویسنده مکاتبه‌کننده: خراسان رضوی، سبزوار، دانشگاه حکیم سبزواری، مرکز پژوهشی علوم جغرافیایی و مطالعات اجتماعی، تلفن:

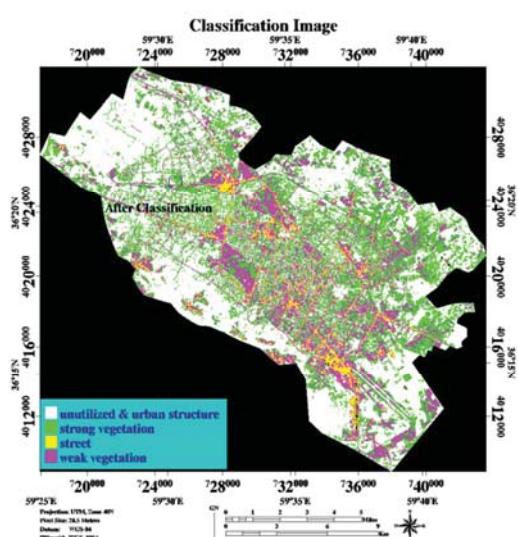
.۰۵۱۴۴۰۱۳۱۲۹-۰۹۱۲۸۴۴۲۰۲۷

Email: kzemaliabadi\_msc@yahoo.com

ساده بسیاری از این اطلاعات ارزشمند یا از بین بروند یا به اطلاعات کاذب دیگری تبدیل شوند. این امر باعث شد تا در این مطالعه، محققان به سمت انتخاب الگوریتمی با دقت بالا روند که برای هر پیکسل ارزش قائل بوده و با دقت بیشتری عمل کلاس‌بندی را پیاده‌سازی کنند.



a-1: منطقه مورد مطالعه قبل از کلاس‌بندی



a-2: منطقه مورد مطالعه بعد از کلاس‌بندی

## 1. K-Means

### ۱- مقدمه:

امروزه شناسایی سریع و دقیق پدیده‌ها و طبقه‌بندی آنها در علم سنجش از دور از کارهای مهم و چالش برانگیز محسوب می‌شود، که میزان دقت آنها به طور گسترده به الگوریتم انتخابی در طبقه‌بندی تصاویر مربوط است. تاکنون روش‌های مختلفی برای طبقه‌بندی تصاویر ارائه شده است، اما قابلیت تغییر و بروز رسانی در آنها مشکل خواهد بود. در بسیاری از این الگوریتم‌ها، میزان دقت در حد پیکسل نیست؛ به گونه‌ای که بسیاری از پیکسل‌های یک تصویر، بعد از طبقه‌بندی در کلاس‌هایی قرار می‌گیرند که متعلق به آن کلاس نیستند. انجام چنین فرآیندی با پاره‌ای از خطاهای، نظیر از بین رفتن اطلاعات واقعی و ایجاد اطلاعات کاذب همراه خواهد بود. اگر به پلی‌گون‌های ایجاد شده بر روی شکل‌های a-1 و a-2 دقت کنید، خواهید دید که قسمتی از تصویر که به صورت تصادفی انتخاب شده است، قبل و بعد از پیاده‌سازی طبقه‌بندی با الگوریتم K-میانگین<sup>۱</sup> تغییراتی را به همراه داشته است. به کمک برداشت میدانی متوجه خواهیم شد، پیکسل‌های قرمز رنگ که در کادر آبی رنگ مشخص شده است، در تصویر a-1 پوشش گیاهی و سایر قسمت‌های داخل کادر، مناطق مسکونی با تراکم کم یا توپوگرافی با شبکه کم هستند. با بررسی این بخش از تصویر، قبل و بعد از طبقه‌بندی شامل دو بخش شده است: بخش اول قبل از طبقه‌بندی شامل پوشش گیاهی بوده که بعد از طبقه‌بندی در کلاس زمین با پر قرار گرفته است و قسمت زیادی از بخش دوم قبل از طبقه‌بندی، توپوگرافی و منطقه مسکونی بودند که بعد از طبقه‌بندی در کلاس پوشش گیاهی قرار گرفت.

معمول‌اً هر چقدر منطقه مورد کلاس‌بندی از ناهمگنی بیشتری برخودار باشد، امکان این رویداد بیشتر خواهد بود. در بسیاری از موارد، پیکسل‌های منفرد، مناطقی هستند که از لحاظ مساحت کوچک، ولی از لحاظ داشتن اطلاعات، حاوی اطلاعات زیادی هستند، که این امکان وجود دارد که در یک طبقه‌بندی

### ۳- معرفی توابع موجک هار گویا:

برای تعریف موجک‌های هار گویا، در ابتدا به معرفی موجک مادر می‌پردازیم. موجک مادر، مولد تمام موجک‌های بعدی است. موجک مادر برای تابع هار گویا به صورت زیر تعریف می‌شود (Aziz and Islam, 2013), (Harr, 1910), (Babolian and Shahsavarani, 2009) و (Maleknejad and Aghazadeh, 2005)

$$H(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < t < 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (\text{رابطه } 1)$$

متغیر  $t$  در موجک مادر، مقدار DN هر پیکسل در باندهای ۲ و ۳ تصویر لنdest منطقه مورد مطالعه است که از بازه  $[0, 255]$  به بازه  $[1, 0]$  تبدیل شده است. هدف این بخش از تحقیق، در گام نخست، معرفی ۴ و ۸ موجک، سپس نمایش ماتریسی آنها جهت استخراج پوشش گیاهی است. برای تولید  $n = 4$  موجک از روی موجک مادر، از رابطه ذیل استفاده می‌کنیم؛

$$h_i(t) = \begin{cases} 1, & i=0 \\ H(2^j t - k), & i=1,2,3 \end{cases} \quad (\text{رابطه } 2)$$

که پارامترهای  $i$ ،  $j$  و  $k$  با فرمول  $i = 2^j + k$  به هم‌دیگر مربوط هستند. در این فرمول بایستی پارامترهای  $k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$  و  $j = 0, 1, \dots, 2^j$  به صدق کنند. پارامترهای  $i, j$  و  $k$  به ترتیب معرف تعداد موجک شماره موجک، سطح موجک و انتقال موجک هستند (Maleknejad and Mirzaee, 2005) و (Saeedi et al., 2011) و (Ordokhani, 2006).

به کمک رابطه (۲) می‌توان به تعداد دلخواه تابع موجک تولید کرد. تعداد موجک‌ها معمولاً توان مناسبی از ۲ انتخاب می‌شوند، مانند  $2^2$ ،  $2^3$ ،  $2^4$  و ... در شکل‌های زیر نمودار موجک‌های  $h_i(t)$  برای  $i = 0, 1, 2, 3$  در بازه  $[1, 0]$  رسم شده است.

موجک‌ها جزء ابزارهای تحلیلی قدرتمند پردازش سیگنال، پردازش تصویر و مدل‌بندی ریاضی محسوب می‌شوند. آنها به طور قابل ملاحظه‌ای در علم سنجش از دور استفاده می‌شوند، زیرا توانایی بالقوه و بالایی در حل مسائل واقعی دارند. اولین کارها در زمینه موجک، در حدود سال ۱۹۸۰ بوسیله مورلت و دیگران (Morlet et al., 1982)، گروس من و مورلت (Grossmann and Morlet, 1984) ماتلات (Meyer, 1993) و میر (Mallat, 1988) انجام گرفت. اما این مقاله خانم اینگرید دابی چی (Daubechies, 1988) بود که مورد توجه بسیاری از بزرگان این علم قرار گرفت و موجب ارتباط پردازش تصویر، آمار و آنالیز عددی گردید (Daubechies, 1992). بیشترین کارها در این حوزه، در فرانسه و آمریکا انجام شد.

### ۲- مواد و روش‌ها

در این مطالعه، با استفاده از DN در ۲۰۰ پیکسل انتخابی از سطح تصویر با پراکندگی یکنواخت، به استخراج و بازسازی پوشش گیاهی کل سطح تصویر، با دقت مطلوب می‌پردازیم. یک دلیل عمدۀ جهت انجام این تحقیق، این بود که بسیاری از الگوریتم‌های سنجش از دور، دارای خطای ادغام پیکسل‌های حاوی پوشش گیاهی با سایر پیکسل‌ها، با کاربری‌های دیگر هستند. عمدتاً این خطأ در مناطق با پوشش گیاهی ضعیف و تنک، روی می‌دهد. این امر باعث دقت استخراج پوشش گیاهی می‌شود. هدف اصلی در الگوریتم پیشنهاد شده، به دست آوردن یکتابع تقریب، بر اساس ماتریس بازتاب پوشش گیاهی از تنها ۲۰۰ پیکسل انتخابی از سطح تصویر است. با استفاده از تابع تقریب به دست آمده به کمک باند مادون قرمز نزدیک و با گرفتن مقادیر باندهای ۲ و ۳ تصویر منطقه مورد مطالعه از هر پیکسل انتخابی، باند مادون قرمز نزدیک برای تمام پیکسل‌های سطح تصویر به صورت مجرزا و بدون وابستگی به پیکسل‌های همسایه، استخراج و بازسازی خواهد شد. میزان DN باند مادون قرمز نزدیک به دست آمده بر حسب میزان پوشش گیاهی هر پیکسل، از ۰ تا ۲۵۵ خواهد بود.

رابطه (۳)

$$\overset{\wedge}{\Phi}_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} h_0(t) \\ h_1(t) \\ h_2(t) \\ h_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

رابطه (۴)

$$\overset{\wedge}{\Phi}_{8 \times 8} = \begin{pmatrix} h_0(t) \\ h_1(t) \\ h_2(t) \\ h_3(t) \\ h_4(t) \\ h_5(t) \\ h_6(t) \\ h_7(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

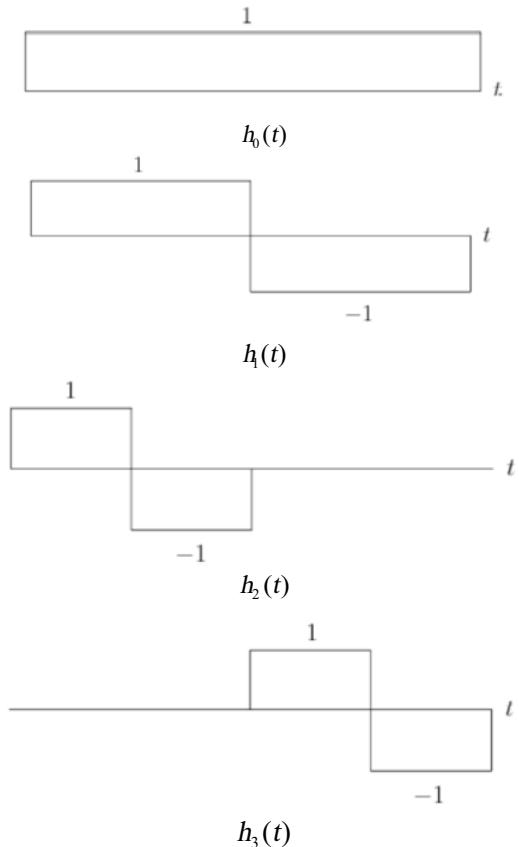
از فرم ماتریسی و  $\overset{\wedge}{\Phi}_{8 \times 8}$  و  $\overset{\wedge}{\Phi}_{4 \times 4}$  برای ساخت ماتریس ضرایب تابع تقریب پوشش گیاهی که در رابطه (۸) معرفی خواهد شد، استفاده می‌شود.

### ۳-۲- معرفی ماتریس $K_{n \times n}^{\wedge}$ و ارتباط آن با تصویر لندهست

از خصوصیت‌های ویژه موجک‌های تعریف شده در این مطالعه، تعریف دامنه آنها در بازه صفر تا یک است. از این رو می‌بایست مقادیر DN تصویر لندهست منطقه در باندهای G و B، که در بازه صفر تا ۲۵۵ هستند با نگاشت زیر به بازه  $[0, 1]$  نگاشته شوند،

$$(t, s) = \left( \frac{G}{255}, \frac{B}{255} \right) \quad \text{رابطه (۵)}$$

استخراج پوشش گیاهی با استفاده از  $n$  موجک  $\{h_j\}_{j=0}^{n-1}$ ، مستلزم نمونه‌گیری از سطح منطقه است که برای این منظور، تصویر لندهست منطقه مورد مطالعه به  $n \times n$  قسمت مساوی تقسیم می‌شود. به هر یک از این قسمت‌ها یک بلوک می‌گویند. فرض کنیم استخراج پوشش گیاهی با ۴ موجک مورد نظر است. در این حالت سطح تصویر به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم خواهد شد. انتخاب ۲۰۰ پیکسل از سطح تصویر، به این گونه



### ۳-۱- نمایش ماتریسی موجک‌های هار گویا

فرض کنیم  $\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}$  نمایش ماتریسی موجک‌های هار گویا برای  $n$  موجک  $h_0(t), h_1(t), \dots, h_{n-1}(t)$  باشد. ماتریس  $\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}$  دارای  $n$  سطر و  $n$  ستون است که مولفه واقع در سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام این ماتریس به صورت زیر حاصل می‌شود.

ابتدا بازه  $[0, 1]$  را به  $n$  قسمت مساوی با طول  $\frac{1}{n}$  تقسیم کرده، نقطه میانی هر یک از آنها را با  $t_j$  نشان می‌دهیم. مقدار  $h_{i-1}(t_j)$  مولفه واقع در سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام از ماتریس  $\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}$  را نشان می‌دهد. به عنوان مثال برای تعداد موجک‌ها با ۴ و ۸ عدد، نمایش ماتریسی  $\overset{\wedge}{\Phi}_{8 \times 8}$  و  $\overset{\wedge}{\Phi}_{4 \times 4}$  به ترتیب به صورت زیر خواهند بود:

خاطر نشان می‌کنیم که هر عضو واقع در ماتریس  $\hat{K}_{4 \times 4}$  عددی در بازه  $[1, 4]$  است. از ماتریس تصویر  $\hat{K}_{4 \times 4}$  برای ساخت ماتریس ضرایب تابع تقریب پوشش گیاهی حاصل از ۴ موجک که با رابطه (۸) معرفی خواهد شد، استفاده می‌شود.

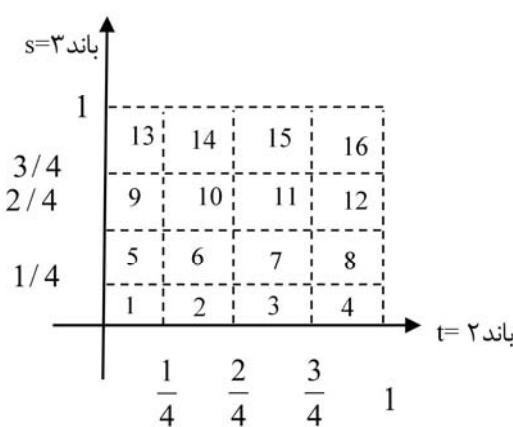
### ۱-۳-۲- بازسازی ماتریس تصویر $\hat{K}_{n \times n}$ با ۴ و ۲ موجک هار گویا:

نحوه ساخت ماتریس  $\hat{K}_{4 \times 4}$  با ۴ موجک به شرح زیر است. به طریق مشابه می‌توان ماتریس  $\hat{K}_{8 \times 8}$  را برای ۸ موجک به دست آورد. زیر بخش (j,i) که  $i,j = 1, 2, 3, 4$ ، از فضای  $t$  و  $s$  در تصویر ۲- $b$  را در نظر می‌گیریم. تمام پیکسل‌های موجود در باند ۲ و باند ۳ دارای مقادیری به صورت زیر هستند:

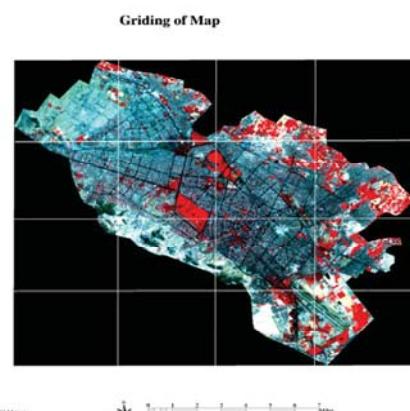
$$\left( \frac{i-1}{4} \right) \times 255 \leq t \leq \frac{i}{4} \times 255 \quad \text{رابطه (6)}$$

$$\left( \frac{j-1}{4} \right) \times 255 \leq s \leq \frac{j}{4} \times 255 \quad \text{رابطه (7)}$$

بوده است که از هر بلوک ۱۲ پیکسل و بلوک آخر ۲۰ پیکسل از پیکسل‌هایی که حاوی پوشش گیاهی بوده اند، انتخاب می‌شوند. پس از تصویر کردن مقدار DN باند ۲ از ۲۰۰ پیکسل انتخابی بر محور  $t$  در بازه  $[1, 4]$  و مقدار DN باند ۳ همان پیکسل‌های منتخب، بر محور  $s$  در بازه  $[1, 4]$ ، سپس بخش‌بندی بازه  $[1, 4]$  برای محورهای  $t$  و  $s$  مطابق با شکل ۲- $b$  به ۴ قسمت مساوی، می‌توان متناظر هر بلوک در تصویر یک زیر بخش در فضای دو بعدی  $t$  و  $s$  پیدا کرد. بیش از ۹۸ درصد این نقاط روی یا اطراف نیمساز ربع اول و سوم یا خط  $t = s$  واقع شده اند. این نشان می‌دهد که داده‌های باند ۲ و باند ۳ از پیکسل‌های انتخابی که متعلق به پوشش گیاهی هستند ضریب همبستگی بالایی دارند. حال اگر باند مادون قرمز نزدیک یا باند ۴ سنجنده لنdest را متناظر محور  $z$  که عمود بر دو محور  $t$  و  $s$  است در نظر بگیریم، از میانگین‌گیری مقادیر باند مادون قرمز، در پیکسل‌های انتخاب شده در هر بلوک از تصویر یا همان فضای  $(t, s)$  و انتساب این میانگین به گوشش شمال شرقی هر بلوک از فضای باند ۲ و باند ۳، ماتریس تصویر  $\hat{K}_{4 \times 4}$  حاصل خواهد شد.



شکل ۲-۲: جدول بندی محورهای باند ۲ و باند ۳ برای چهار موجک



شکل ۱-۲: بلوک بندی تصویر برای چهار موجک

### ٤-٢-٣- ساختن ماتریس ضرایب $K_{n \times n}$ با ٤ و ٨

موجک هار گویا:

قبل از بهدست آوردن تابع تقریب  $R_n(t, s)$  برای استخراج پوشش گیاهی منطقه مورد مطالعه با ۴ و ۸ موجک، لازم است ماتریس ضرایب آن یعنی  $K_{n \times n}$  به ازای  $n = 4, 8$  محاسبه شوند. ماتریس ضرایب تابع تقریب پوشش گیاهی  $n$  برای  $K_{n \times n}$  ماتریسی زیر حاصل می‌شود:

$$K_{n \times n} = (\Phi_{n \times n})^T \cdot K_{n \times n}^{\Lambda} \cdot (\Phi_{n \times n})^{\Lambda - 1} \quad \text{(ابطه(\lambda))}$$

منظور از نماد  $T$  ترانهاده ماتریس است. از رابطه فوق مشخص می‌شود که بدست آوردن ماتریس ضرایب

برای تولیدتابع تقریب  $R_n(t, s)$ ، منوط به داشتن ماتریس  $\Phi_{n \times n}^{-1}$  است. بنابراین با محاسبه معکوس ماتریس‌های (۳) و (۴) خواهیم داشت:

$$\Phi_{4 \times 4}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.25 & 0.5 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & -0.5 & 0 \\ 0.25 & -0.25 & 0 & 0.5 \\ 0.25 & -0.25 & 0 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{8 \times 8}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.125 & 0.125 & 0.25 & 0.00 & 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.125 & 0.125 & 0.25 & 0.00 & -0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.125 & 0.125 & -0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.50 & 0.00 & 0.00 \\ 0.125 & 0.125 & -0.25 & 0.00 & 0.00 & -0.50 & 0.00 & 0.00 \\ 0.125 & -0.125 & 0.00 & 0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.50 & 0.00 \\ 0.125 & -0.125 & 0.00 & 0.25 & 0.00 & 0.00 & -0.50 & 0.00 \\ 0.125 & -0.125 & 0.00 & -0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.50 \\ 0.125 & -0.125 & 0.00 & -0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.50 \end{bmatrix} \overset{\text{A}}{K}_{8 \times 8} =$$

پس از عملیات ضرب ماتریسی، با استفاده از رابطه

(۸) ماتریس ضرایب برای  $n=4,8$  موجک به صورت زیر حاصل خواهند شد (محاسبات تا ۴ رقم اعشار گردشده اند)،

$$K_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0.5405 & -0.0854 & -0.0273 & 0.2304 \\ 0.0605 & 0.1035 & 0.0273 & 0.2314 \\ 0.0180 & -0.0180 & 0.4980 & 0.0361 \\ 0.1870 & 0.2250 & -0.0546 & -0.1689 \end{bmatrix},$$

روابط (۱۰ و ۹)

پس از میانگین گیری از مقادیر باند مادون قرمز نزدیک در پیکسل های منتخب و موجود در هر بلوک از تصویر ۱-۶، میانگین به دست آمده را، به عنوان نماینده مقادیر باند مادون قرمز نزدیک برای تمام پیکسل های موجود در آن بلوک، در درآیه واقع در سطر آام و ستون  $\hat{K}_{4 \times 4}$  ماتریس قرار می دهیم. به این ترتیب تمام ۱۶ درآیه ماتریس  $\hat{K}_{4 \times 4}$  به دست می آیند. ارتباط  $\hat{K}_{4 \times 4}$  با تابع تقریب موجک  $\tilde{R}_4(t, s)$  در ادامه مشخص می شود. تابع  $\tilde{R}_4(t, s)$  پوشش گیاهی هر پیکسل از تصویر لنده است منطقه مورد مطالعه را با ۴ موجک تقریب زده و در صورت قرار داشتن در کلاس پوشش گیاهی، آنرا به طور دقیق و مجزا از پیکسل های همسایه استخراج خواهد کرد. پس از انجام محاسبه میانگین مقادیر باند مادون قرمز نزدیک، برای پیکسل های انتخابی واقع شده در هر بلوک  $(j, i)$ ،

ماتریس  $\overset{\Lambda}{K}_{4 \times 4}$  به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{k}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0.9960937500 & 0.0000000000 & 0.9960937500 & 0.0000000000 \\ 0.0000000000 & 0.9960937500 & 0.8515625000 & 0.0000000000 \\ 0.7148437500 & 0.9335937500 & 0.5820312500 & 0.9218750000 \\ 0.0000000000 & 0.0000000000 & 0.9960937500 & 0.6601562500 \end{bmatrix}$$

با روندی مشابه، ماتریس  $\hat{K}_{8 \times 8}$  به صورت زیر بدست مرآید،

=	0.5137254902	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
	0.5764705882	0.8745098039	0.0000000000	0.0000000000
	0.0000000000	0.9215686274	1.0000000000	0.5058823529
	0.0000000000	0.8313725490	1.0000000000	0.5843137255
	0.0000000000	0.0000000000	0.031372549	0.5058823529
	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.8549019608
	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.3176470588
	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
0.0784313725	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
0.0000000000	0.0000000000	0.7176470588	0.0000000000
1.0000000000	0.8509803922	0.0000000000	0.0000000000
0.0000000000	0.9529411765	0.8470588235	0.0000000000
0.0000000000	0.3960784314	0.5843137255	0.9607843137
0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.6627450980

همچنین، فرض کنیم  $\tilde{R}_n$  تابع تقریب برای تابع  $R$  تولید شده توسط ۴ و ۸ موجک، به ترتیب  $\{h_j\}_{j=0}^3$  و  $\{h_j\}_{j=0}^7$  باشد. در این صورت نامساوی‌های زیر برقرار است،

رابطه (۱۳) ارزیابی تحلیل خطابرا ۴ موجک

$$\max_{0 \leq t, s \leq 1} |R(t, s) - \tilde{R}_4(t, s)| \leq \frac{4L}{2^2}, \quad ([1, 4, 7])$$

رابطه (۱۴) ارزیابی تحلیل خطابرا ۸ موجک

$$\max_{0 \leq t, s \leq 1} |R(t, s) - \tilde{R}_8(t, s)| \leq \frac{4L}{2^3}. \quad ([1, 4, 7])$$

روابط فوق نشان می‌دهد با افزایش تعداد موجکها

از ۴ به ۸ موجک، مقدار فاصله  $|R - \tilde{R}_8|$  نسبت به

کاهش می‌یابد. در حالت کلی می‌توان نشان

داد که با افزایش تعداد موجکها رابطه زیر برقرار است:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{R}_n(t, s) = R(t, s). \quad (\text{رابطه } 15)$$

رابطه (۱۵) نشان‌دهنده این است که با افزایش

مقدار  $n$  میزان تخمین پوشش گیاهی به کمک موجک هار گویا، به مقدار واقعی نزدیک‌تر خواهد شد.

روابط (۱۳) و (۱۴) تنها از نظر تئوری دارای

اهمیت هستند، زیرا در عمل محاسبه مقدار  $L$  امکان

پذیر نیست، چون برای محاسبه  $L$  بایستی تابع

$R(t, s)$  در دست باشد که این در عمل اتفاق نمی‌افتد.

تنها مورد دارای اهمیت این است که با افزایش تعداد

موجکها، مخرج کسر در روابط (۱۳) و (۱۴) افزایش

یافته در حالی که صورت کسر ثابت باقی می‌ماند. این

نشان از افزایش دقیق تقریب با افزایش تعداد موجکها

است. از طرفی در عمل به کار بردن بیش از ۱۲۸

موجک توصیه نمی‌شود، زیرا از نظر محاسباتی دارای

زمان محاسباتی بسیار بالایی بوده و حافظه اشغال شده

برای نگهداری اطلاعات و انجام عملیات ریاضی الگوریتم

بسیار زیاد می‌شود. در این مطالعه، توابع تقریب  $\tilde{R}_4$  و

$$K_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} 0.2432 & 0.0229 & -0.0338 & -0.154 \\ -0.0056 & 0.1649 & 0.0730 & -0.0245 \\ -0.1099 & -0.0699 & 0.2063 & 0.0497 \\ 0.0662 & 0.0008 & -0.0671 & 0.2355 \\ -0.0634 & -0.0536 & -0.1171 & -0.0098 \\ -0.0441 & 0.0455 & 0.0210 & 0.0897 \\ -0.0166 & -0.0230 & 0.0397 & 0.2181 \\ 0.0997 & -0.0604 & -0.0396 & -0.0607 \\ -0.0960 & -0.0460 & -0.0701 & 0.0328 \\ -0.0960 & 0.1598 & 0.0799 & 0.0568 \\ 0.2460 & -0.1137 & 0.0098 & -0.0897 \\ 0.0000 & -0.1264 & -0.0509 & 0.2357 \\ 0.2029 & 0.0000 & -0.0196 & 0.0000 \\ -0.0225 & 0.0196 & 0.0000 & -0.1794 \\ 0.0000 & 0.0950 & 0.2754 & -0.2117 \\ 0.0000 & -0.0794 & -0.0990 & 0.0715 \end{bmatrix}.$$

حال آمده‌ایم تا ارتباط بین ماتریس ضرایب  $K_{n \times n}$

و تابع تقریب  $\tilde{R}_n(t, s)$  برای  $n = 4, 8$  را معرفی کنیم. در حالت کلی برای  $n$  موجک هار گویا، تابع

تقریب برای استخراج پوشش گیاهی از تصویر لندست منطقه مورد مطالعه با رابطه ذیل حاصل می‌شود،

$$\tilde{R}_n(t, s) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} K_{ij} h_i(t) h_j(s) \quad (\text{رابطه } 11)$$

که  $K_{ij}$  در آیه واقع در سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام ماتریس  $K_{n \times n}$  است.

#### ۴- تحلیل خطاب روش

هدف این بخش، بررسی خطای موجود بین  $R(t, s)$

و  $\tilde{R}_n(t, s)$  برای  $n = 4, 8$  از نظر ریاضی، در هر

پیکسل از سطح تصویر لندست منطقه مورد مطالعه است.  $R(t, s)$  معرف پوشش گیاهی واقعی منطقه

مورد مطالعه و  $\tilde{R}_n(t, s)$  معرف پوشش گیاهی تقریبی با  $(n=4, 8)$  موجک است.

فرض کنیم  $R$ ، تابع پوشش گیاهی واقعی، تابعی پیوسته و مشتق پذیر بوده و داشته باشیم،

$$L = \max \left\{ \max_{0 \leq t, s \leq 1} \left| \frac{\partial R(t, s)}{\partial t} \right|, \max_{0 \leq t, s \leq 1} \left| \frac{\partial R(t, s)}{\partial s} \right| \right\}$$

رابطه (۱۲)

$n=4,8$  محاسبه شده اند. این ماتریس با اطلاعات جمع آوری شده از حدود ۲۰۰ پیکسل از سطح تصویر لنdest، که به صورت تصادفی با پراکندگی یکنواخت، به دست آمده اند، محاسبه می‌شود. برای ساخت  $\overset{\wedge}{K}_{4 \times 4}$  سطح منطقه مورد مطالعه به ۱۶ بلوک و برای ساخت  $\overset{\wedge}{K}_{8 \times 8}$  به ۶۴ بلوک تقسیم بندی شده است.

#### • گام ششم: ماتریس $K_{n \times n}$ را بساز.

این ماتریس در بخش ۲-۳ معرفی شده و با رابطه (۹) مشخص می‌شود. برای  $K_{n \times n}$  با  $n=4,8$  با روابط (۱۰) و (۱۱) مشخص شده است.

#### • گام هفتم: تابع تقریب $\overset{\wedge}{R}_n(t, s)$ را بساز.

این تابع که برای استخراج پوشش گیاهی منطقه مورد مطالعه، استفاده می‌شود با رابطه (۱۱) مشخص می‌شود. در این مقاله، این تابع برای  $n=4,8$  دقیقاً به دست آمده‌اند که خروجی آنها در شکل‌های ۱ و ۲ به ترتیب نشان داده شده‌اند. متغیرهای  $t$  و  $s$  در این تابع، به ترتیب جایگزین  $G$  (باند ۲) و  $B$  (باند ۳) مساله هستند که با رابطه (۵) بر محورهای  $t$  و  $s$  نگاشته می‌شوند.

#### ۶- تحلیل خطای استفاده از تصویر ایکونوس از منطقه مورد مطالعه:

بالغ بر ۱۰۰ نقطه از تصویر ماهواره‌ای ایکونوس<sup>۱</sup>، از سطح منطقه مورد مطالعه انتخاب شده است. این نقاط به گونه‌ای انتخاب شده اند که تمامی انواع پوشش گیاهی از فقیر تا غنی را شامل شوند. مکان دقیق این نقاط را دقیقاً بر روی تصاویر حاصل شده از موجک ۴ و ۸ نیز پیدا می‌کنیم. با محاسبه میزان  $RMSE$  بین نقاط انتخاب شده از سطح تصویر ایکونوس و تصاویر حاصل شده از موجک‌های هارگویانشده میزان دقت این الگوریتم، قابل بررسی است. میزان  $RMSE$  به دست آمده برای تصویر

$\overset{\wedge}{R}_8$  برای تخمین پوشش گیاهی منطقه مورد مطالعه به ترتیب با ۴ و ۸ موجک به دست آمده اند. نتایج محاسبات در شکل‌های ۱-۲، آورده شده است. علاوه بر این، زمان محاسبه و حافظه مصرف شده برای اجرای الگوریتم روی ۵۰۰۰۰ پیکسل از تصویر لنdest منطقه مورد مطالعه، با ۴ و ۸ موجک که با نرم‌افزار Maple12 پیاده سازی شده، نیز در جدول ۱ آمده است.

جدول شماره (۱): زمان محاسبه و حافظه مصرف شده پس از پیاده سازی الگوریتم بر روی ۵۰۰۰۰ پیکسل از تصویر منطقه مورد مطالعه با ۴ و ۸ موجک

تعداد موجک	CPU time(S)	Memory(M)
۴	۵۹.۲۱۸ ثانیه	۲۱.۰۵ مگابایت
۸	۱۱۶.۸۴۵ ثانیه	۲۱.۶۲ مگابایت

#### ۵- خلاصه الگوریتم برای استخراج پوشش گیاهی با توابع موجک هار گویا:

• گام اول:  $n$  را بگیر.  $n$  تعداد موجک‌های هار گویا است که در این مقاله ۴ یا ۸ فرض می‌شود.

#### • گام دوم: موجک‌های هار گویای $h_0(t), h_1(t), \dots, h_{n-1}(t)$ را بساز.

این موجک‌ها به عنوان RH شناخته می‌شوند که در بخش ۲-۱ با رابطه (۲) معرفی می‌گردند.

#### • گام سوم: ماتریس $\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}$ را بساز.

$\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}$  نمایش ماتریسی  $n$  موجک است که در ۲-۱  $h_0(t), h_1(t), \dots, h_{n-1}(t)$  شده‌اند و برای  $n=4,8$  با روابط (۳) و (۴) محاسبه می‌شوند.

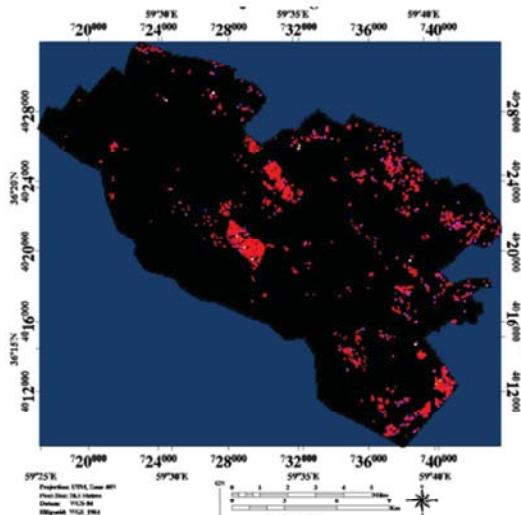
#### • گام چهارم: ماتریس $\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}^{-1}$ (معکوس ماتریس $\overset{\wedge}{\Phi}_{n \times n}$ ) را بساز.

این ماتریس برای  $n=4,8$  در بخش ۲-۳ محاسبه شده‌اند.

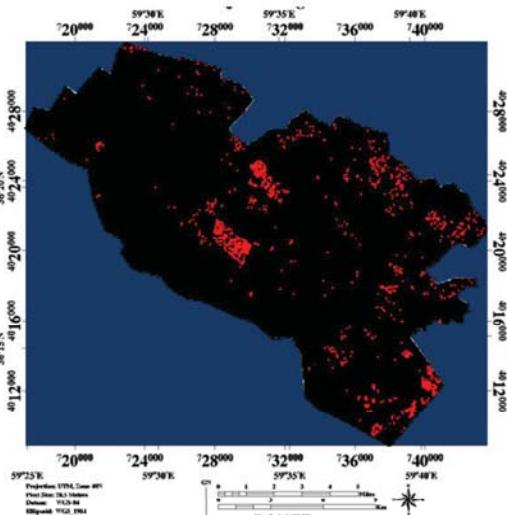
#### • گام پنجم: ماتریس $\overset{\wedge}{K}_{n \times n}$ را بساز.

ماتریس  $\overset{\wedge}{K}_{n \times n}$  در بخش ۲-۲ معرفی شده است و برای

1. Ikonos Satellite Imagery



شکل ۲-۵: کلاس‌بندی با ۸ موجک



شکل ۱-۶: کلاس‌بندی با ۴ موجک

مقاله قید شد که از مزایای موجک هار گویا، دقت در حد مقیاس پیکسل است و از ادغام و حذف پیکسل‌های درست جلوگیری می‌کند. اما شاید از مشکلات این الگوریتم، عدم تعیین یک بازه یا دامنه مانند NDVI یا سایر شاخص‌های پوشش گیاهی است. عدم این توانایی، تشخیص و تفکیک انواع پوشش گیاهی از لحاظ تراکم را با مشکل همراه می‌سازد. اما می‌توان از لحاظ طیفی، موجک هار گویا را با شاخص‌های پوشش گیاهی مورد بررسی قرار داد و یک رابطه معناداری بین آنها پیدا نمود. از این رابطه معنادار می‌توان، در راستای کمی‌سازی تصویر خروجی الگوریتم موجک هار گویا استفاده نمود. با توجه به اینکه پیکسل سایز تصویر لندست ۳۰ متر مربع می‌باشد و منطقه مورد مطالعه از لحاظ پوشش گیاهی در سطح فقری قرار دارد، برای ارزیابی بهتر این الگوریتم و مقایسه با سایر شاخص‌های پوشش گیاهی، می‌بایست یا تصویر با قدرت تفکیک بالاتری انتخاب شود یا منطقه‌ای با تراکم یکنواخت و مناسب پوشش گیاهی انتخاب شود. با این وجود، توانایی این روش، حتی برای تصاویر با قدرت تفکیک متوسط نیز مناسب است.

حاصل شده از ۴ موجک هار گویاشده، در حدود ۷۰.۵ درصد و برای تصویر حاصل شده با ۸ موجک هار گویاشده در حدود ۵.۵ درصد است. معمولاً با افزایش تعداد موجک میزان خطای کاهش خواهد یافت. البته برای کاهش خطای اندازه‌ای می‌توان تعداد موجک را افزایش داد. با افزایش تعداد موجک، معمولاً مدت زمان محاسبه و میزان هزینه محاسبات افزایش خواهد یافت. شاید بتوان گفت یکی از مشکلات انواع الگوریتم‌های طبقه‌بندی، وجود پیکسل‌های مخلوط است که این مشکل تا اندازه‌ای نیز در الگوریتم موجک نیز وجود دارد که می‌توان مشکل مذکور در الگوریتم موجک را، در هنگام انتخاب نمونه آموزشی، با انتخاب تعدادی پیکسل مخلوط برطرف کرد. انجام این کار نیاز به کار زمینی دارد که در این مطالعه، این کار انجام نگرفته و سعی بر این بوده است تا مراحل انجام این مطالعه، به‌شکل سیستمی و سنجش از دوری انجام گیرد. هدف از این مطالعه بررسی دقیق عملکرد الگوریتم موجک‌های هار گویا است که میزان دقت آن با استفاده از تصاویر ایکونوس در بالا ذکر شد و همچنین می‌توان با تصاویری با قدرت تفکیک مکانی بهتر از تصویر ایکونوس، میزان دقت را بررسی کرد. در متن این

از ۴ موجکی به مراتب بیشتر است که دلیل عدمه آن افزایش فضای ناحیه است. از نتایج مهم این مطالعه، ورود یک الگوریتم ریاضی کارآمد بر اساس پایه‌های موجک هار گویاشده، در زمینه سنجش از دور است. با توجه به میزان خطا و بررسی بازتاب در حد پیکسل با دقت زیاد که در این مطالعه انجام گرفته است، می‌توان در سایر زمینه‌های سنجش از دور نیز از این الگوریتم، چه درباره پیش‌پردازش و چه در زمینه پردازش و تجزیه و تحلیل تصاویر ماهواره‌ای استفاده نمود. در بسیاری از تکنیک‌های پیاده‌شده در نرم‌افزارهای سنجش از دوری، نظری ERDAS، ENVI و غیره، توانایی تغییر در پارامترها وجود نداشته و یا به طور ملموس‌تر، کاربر اجازه تغییر الگوریتم را در داخل نرم‌افزار ندارد (قاسمیان، ۱۳۸۱) و (رضائی و فاطمی، ۱۳۸۵). اما از ویژگی‌های الگوریتم ارائه شده در این تحقیق، توانایی تغییر پارامترها در حد دلخواه بوده که کاهش خطای میزان دلخواه را به همراه خواهد داشت.

#### منابع:

- باغانی، ا.، ۱۳۹۲، کاربرد قضیه نقطه ثابت در معادلات انتگرالی و تحلیل خطای آن، پایان نامه دکتری، دانشگاه فردوسی مشهد.
- قاسمیان یزدی، م.ح.، ۱۳۸۱، پردازش و تفسیر تصاویر دیجیتال در سنجش از دور، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
- رضائی، ی. و فاطمی، س.ب.، ۱۳۸۵، مبانی سنجش از دور، انتشارات آزاده، تهران.
- Atkinson K.E., 1997, *The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Aziz, I. & Islam, S., 2013, *New Algorithms for the Numerical Solution of Nonlinear Fredholm and Volterra Integral Equations Using Haar Wavelets*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 239: 333–345.

#### ۷- نتایج و پیشنهادات:

این مقاله، به تخمین میزان بازتاب پوشش گیاهی به کمک ۲۰۰ پیکسل انتخابی در سطح کل تصویر می‌پردازد. به کمک این بازتاب قصد داریم به استخراج پیکسل‌هایی از سطح کل تصویر بپردازیم که دارای پوشش گیاهی هستند. این کار تماماً به کمک الگوریتم موجک‌هار انجام شده است. تعداد موجک‌های مورد استفاده در این مطالعه، ۴ و ۸ موجک بوده که زمان محاسبه و حافظه مصرف شده برای انجام محاسبات عددی به دقت ارزیابی شده و در جدول ۱ آورده شده است. با افزایش تعداد موجک‌ها، دقت محاسبات و حجم محاسبات افزایش یافته و طبیعتاً زمان اجرای محاسبات نیز افزایش می‌یابد. یکی از مزیت‌های این مقاله، نسبت به سایر مقالات ارائه شده در این حوزه، تحلیل خطای روش است که حداکثر خطای محاسبه شده در هر

پیکسل را معرفی می‌کند. با فرض  $\frac{1}{4} L$  (پارامتر  $L$  در رابطه (۱۲) معرفی شده است) حداکثر خطای انجام شده برای محاسبه میزان بازتاب پوشش گیاهی، در هر پیکسل با ۴ موجک، ۲۵ درصد و حداکثر خطای محاسبه شده با ۸ موجک ۱۲.۵ درصد خواهد بود. با افزایش تعداد موجک‌ها تا ۱۲۸ عدد حداکثر خطای محاسبه به ۰.۷۸۱۲۵ درصد کاهش خواهد یافت. در عمل، محاسبات عددی با تعداد موجک‌های بالاتر از ۸ توصیه نمی‌شود، زیرا به دلیل وجود خطای گرد کردن، محاسبات از روای طبیعی خود خارج شده است، به گونه‌ای که خطای محاسبه شده بیشتر از خطای پیش‌بینی شده خواهد شد.

همانطور که قبل از ۴ نیز گفته شد، خروجی هر یک از الگوریتم‌های ۴ و ۸ موجک با تصویر ایکونوس از منطقه مورد مطالعه از لحاظ تحلیل خطای مورد ارزیابی دقت قرار گرفته است. به طور شهودی، در هر بخش از تصویر که پوشش گیاهی از تراکم بالایی برخوردار است، میزان دقت الگوریتم ۸ موجکی، نسبت به ۴ موجکی محسوس نیست. اما در مناطقی که پوشش گیاهی از تاج پوشش کمتری برخوردار است، میزان دقت الگوریتم ۸ موجکی

- Babolian, E. & Shahsavaran, A., 2009, **Numerical Solution of Nonlinear Fredholm Integral Equations of the Second Kind Using Haar Wavelets**, Journal of Computational and Applied Mathematics, 225: 87–95.
- Berenguer, M.I., Gamez, D., Garralda Guillen, A.I. & Serrano Perez, M.C., 2010, **Nonlinear Volterra Integral Equation of the Second Kind and Biorthogonal Systems**, Abstract and Applied Analysis, Article ID 135216.
- Daubechies, I., **Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets**, 1988, Communications on Pure and Applied Mathematics, 41: 909–996.
- Daubechies, I., 1992, **Ten Lectures on Wavelets**, SIAM Publications, Philadelphia.
- Grossmann, A. & Morlet, J., 1984, **Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape**, SIAM Journal on Mathematical Analysis, 15: 723–736.
- Haar, A., 1910, **Zur Theorie der orthogonalen funktionen systeme**, Mathematische Annalen, 69: 331–371.
- Maleknejad, K. & Aghazadeh, N., 2005, **Numerical Solution of Volterra Integral Equations of the Second Kind with Convolution Kernel by Using Taylor-Series Expansion Method**, Applied Mathematics and Computation, 161: 915–922.
- Maleknejad, K. & Mirzaee, F., 2005, **Using Rationalized Haar Wavelet for Solving Linear Integral Equations**, Applied Mathematics and Computation, 160: 579–587.
- Mallat, S., 1988, **Multiresolution Representation and Wavelets**, Ph.D. Thesis, University of Pennsylvania.
- Mallat, S., 1989, **A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation**, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 11: 678–693.
- Meyer, Y., 1993, **Wavelets, Algorithms and Applications**, SIAM Publications, Philadelphia.
- Meyer, Y., 1993, **Wavelets and Operators**, Cambridge University Press, Cambridge.
- J. Morlet, J., Arens, G., Fourgeau, E. & Giard, D., 1982, **Wave Propagation and Sampling Theory, Part I: Complex Signal Land Scattering in Multilayer Media**, Journal of Geophysical Research, 47: 203–221.
- Ordokhani, Y., 2006, **Solution of Nonlinear Volterra-Fredholm-Hammerstein Integral Equations via Rationalized Haar Functions**, Applied Mathematics and Computation, 180: 436–443.
- Saeedi, H., Mollahasani, N., Moghadam, M.M. & Chuev, G.N., 2011, **An Operational Harr Wavelet Method for Solving Fractional Volterra Integral Equations**, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 21: 535–547.



سنجش از دور

، ایران GIS

سال دوازدهم، شماره دوم، تابستان ۱۳۹۹ سنجش از دور و GIS ایران  
Vol.12, No. 2, Summer 2020 Iranian Remote Sensing & GIS

45-56



## Extraction of vegetation from Landsat satellite images using rationalized Haar wavelet algorithm

Aliabadi, K.<sup>1\*</sup> and Baghani, O.<sup>2</sup>

1. Instructor of Geographical Sciences and Social Studies Research Center, Hakim Sabzevari University
2. Assistant Professor, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Hakim Sabzevari University

### Abstract

This study aims to provide a computational-approximate algorithm based on Rationalized Haar (RH) to estimate the vegetation of the Landsat image using reflecting this phenomenon in the near-infrared band. This band is in the RGB color combination and located in the R section.

This algorithm, using Digital Number (DN) vegetation in 200 selected pixels of R band (infrared band) from the study area, tries to extract the features and vegetation of the whole study area. The number of selected pixels is distributed uniformly and only covers the vegetation.

Due to using the matrix format in the input data, first vegetation reflection matrices for 4 and 8 wavelets are constructed using the assumed 200 pixels. Then, these matrices are extended to 16 and 64 parts respectively, through blocking the Landsat image of the region.

Each matrix element represents the average vegetation of the area in its corresponding block. Then, by introducing an efficient mathematical equation, the vegetation of the entire study area is extracted. In addition, each pixel is reconstructed. Due to matrix calculations, speed and accuracy of calculations at the pixel scale will be listed as advantage of this approach.

In this study, vegetation extraction with 4 and 8 RH Wavelets was performed with 75 and 87.5% accuracy, respectively. As the number of wavelets increases, the accuracy of the RH wavelet algorithm increases. However, rounding error and the increase in computational cost in high number of wavelet can be listed as disadvantage of this method. Such that, time and space memory will be increased exponentially. In remote sensing, extraction techniques such as classification have been proposed by remote sensing software. The accuracy of vegetation pixel extracted using this approach will be as advantage in comparison with those common methods. In processing and analytical techniques (for vegetation extraction and classification) in remote sensing, many pixels contain vegetation depicted as single or clustered (but in small numbers) while, in other classes such as barren or Urban land will be merged, which RH wavelet overcomes this shortcoming.

**Keywords:** Rationalized Haar (RH) wavelet, Vegetation estimation, Landsat satellite images, RGB color combination

\* Correspondence Address: Khorasan Razavi, Sabzevar, Hakim Sabzevari University, Tel.: 05144013129- 09128442027

Email: Kazemaliabadi\_msc@yahoo.com